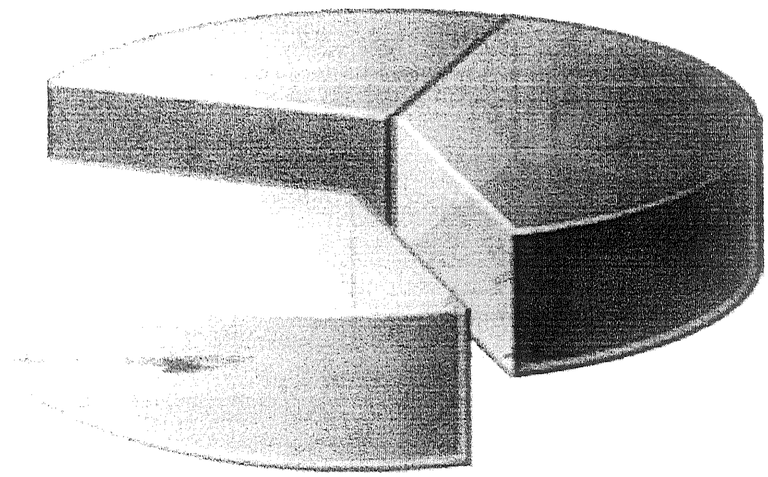
Colegio
Teresiano de la Vera-Cruz



GEOMETRÍA ANALÍTICA

Nombre: Carlos Ramírez Reinhold 4°A

Cd. Obregón, Sonora. **Semestre: enero- mayo 2018**

Encuadre

Objetivo General y Específico:
El alumno recibirá la información práctica con relación a los fundamentos de la aplicación de la geometría analítica, con el propósito de establecer las bases para la comprensión del cálculo. El alumno podrá adquirir la habilidad para el manejo de procedimientos basados en los fundamentos de la geometría analítica y su aplicación en la solución de problemas prácticos.

Aplicación de la materia a la vida diaria:
El alumno desarrollará sus procesos aplicando los teoremas vistos en clase para facilitar el logro de sus objetivos, disminuyendo su tiempo de acción y respuesta ante los problemas, así mismo logrará capacitarse para la incursión a niveles matemáticos más elevados lo cual es requisito para su futuro desempeño.

Contenido Temático:
UNIDAD DE COMPETENCIA 1: Resolver geométrica y algebraicamente situaciones problemáticas que impliquen distancias entre puntos, razones en que diferentes puntos pueden dividir segmentos, áreas de polígonos representables en sistemas de coordenada, inclinaciones y pendientes de segmentos.

- 1.1 La identificación de posiciones.
- 1.2 Sistemas de coordenadas lineales.
- 1.3 Las coordenadas en el plano.
- 1.4 Área de un triángulo.
- 1.5 Punto que divide a un segmento en una razón dada.
- 1.6 Inclinación y pendiente de un segmento.

UNIDAD DE COMPETENCIA 2: Seleccionar y aplicar según convenga para la resolución de problemas, distintas formas de ecuaciones relacionadas con la recta.

- 2.1 Lugares geométricos, la recta.
- 2.2 La ecuación punto-pendiente.
- 2.3 Las intercepciones.
- 2.4 La ecuación general de la recta.
- 2.5 La ecuación normal de la recta.
- 2.6 Las distancias dirigidas.

UNIDAD DE COMPETENCIA 3: Graficar funciones analizando intercepciones de las gráficas con los ejes del sistema, coordenadas y posibles simetrías, extensión, asíntotas probables, puntos críticos, así como resolver problemas, gráfica y analíticamente, relacionados con esas figuras geométricas.

- 3.1 La simetría en las gráficas.
- 3.2 La extensión y las asíntotas.
- 3.3 La parábola.
  - 3.3.1 Ecuación con vértice en el origen.
  - 3.3.2 Ecuación con vértice fuera del origen.
  - 3.3.3 Forma general.
- 3.4 La circunferencia.

3.4.1 Ecuación del centro en el origen.
3.4.2 Ecuación con centro fuera del origen.
3.4.3 Forma general.
3.5 La elipse.
3.5.1 Ecuación con centro en el origen.
3.5.2 Ecuación con centro fuera del origen.
3.5.3 Forma general.
3.6 La hipérbola
3.6.1 Ecuación del centro del origen
3.6.2 Ecuación con centro fuera del origen
3.6.3 Forma general

REQUISITOS
Asistencia y Puntualidad

1. El alumno/a deberá conocer y cumplir con el Reglamento y el contrato social del Colegio.
2. Se tomará asistencia al inicio de la clase, el alumno/a deberá presentarse de manera puntual, solo tendrás 2 minutos de tolerancia, de 3 a 5 minutos será retardo y después de 5 minutos será falta sin excepción. Además por cada 2 retardos es una falta.
3. Por ser una materia de 5 horas a la semana, con más de 3 inasistencias por parcial el alumno quedará sin derecho a examen parcial.
4. En caso de faltar a una clase, el alumno deberá presentarse a la siguiente clase con su justificante otorgado por su titular. Pero no se suprime la responsabilidad de entregas de tareas y trabajos en clase. Estos deberán entregarse junto con el justificante para hacerlos válidos.
5. Presentarse limpio y correctamente vestido con el uniforme del Colegio.
6. El alumno deberá presentarse a clase con el material solicitado por el maestro (libros, cuaderno, juego geométrico, etc) a partir de la fecha que éste determine.

Respecto al espacio de trabajo

7. Mantener el salón libre de alimentos, bebidas, dulces, chicles, etc. Solo se permiten botellas con agua.
8. Pedir permiso para entrar y salir del salón de clases.
9. Mantener cualquier objeto ajeno a la clase (iPod, iPad, celular, reproductor de música, cámara, juguetes, etc.) apagado y guardado en la mochila. En caso de estar afuera, será retirado por el maestro y se entregará al titular.

Asignaciones

10. Las tareas (incluidas las del manual) y/o trabajos asignados, se entregarán en la fecha y hora señalada por el maestro, cumpliendo con los requerimientos generales y específicos.
11. Si la tarea no se encuentra especificada dentro del manual debe incluir:
    - Portada informal (Nombre de la escuela, nombre del alumno y maestro, número de tarea, título y fecha). Recuerda el formato de fecha: Mes/Día/Año
    - Letra Arial 10 o Times New Roman 12
    - Interlineado 1.5
    - Alineación: Justificado
    - Bibliografía, cita o referencia.
12. Si el trabajo presenta errores de ortografía, la calificación bajará 1 decima por cada error hasta llegar a las 5 décimas menos. Si el trabajo presenta más de 5 errores por cuartilla, se deberá corregir y se incluirán ambas tareas engrapadas en el portafolio.

Portafolio

13. El portafolio es el manual de ejercicios y asignaciones y es derecho a examen:
    - Presentarse completo (todos los ejercicios resueltos).
    - Contendrá las tareas calificadas, las corregidas y las que no se habían entregado en su momento.
    - Incluirá conclusión, comentario u opinión por parcial en la página asignada en su manual.
    - Las tareas y trabajos extras (no incluidos en el manual) se deberán entregar dentro de una hoja española y anexarlo al final del manual.

Sistema de Evaluación

14. Se requiere que el alumno obtenga un promedio igual o superior a 7 en sus 3 parciales para tener derecho a Examen/Proyecto Global.
15. En caso de perder 2 derechos a examen parcial, automáticamente se pierde el derecho a Examen/Proyecto Global.
16. El alumno que no presente global, se irá directamente a Extraordinario.

    Nota: Las situaciones no previstas en el reglamento y contrato social serán evaluadas por el maestro y/o titular.

CRITERIOS DE EVALUACIÓN

Primer al Tercer Parcial	Conocimientos	40%
	Desempeños	20%
	Productos	20%
	Actitudes	10%
	Portafolio	10%
Final	Promedio de los tres parciales	75%
	Examen Global	25%

Bibliografía:

Ayres, F. JR., y MOYER R. (1986) *Trigonometría,* México: Mc Graw Hill.

Britton, J. R. (1982), *Matemáticas contemporánea,* México: Harla.

Gehrmann, J. y Lester T. (1986) *Trigonometría,* México: SITESA.

Rees, P. K., y Sparks F. W. (1986), *Trigonometría plana,* México: Reverte Mexicana S.A.

Spitzbart, A. y BARDELL R. H.,(1983), *Álgebra y trigonometría plana,* México: Continental.

Swokowski E. W.,(1981) *Álgebra y trigonometría con geometría analítica,* México. Iberoamericana.

Zill, D. G., y DEWAR J. M. (1992), *Álgebra y trigonometría,* México: Mc Graw Hill.

PRIMER PARCIAL

UNIDAD I Identificación de Posiciones

Introducción a la Geometría Analítica

Definición.

La Geometría Analítica es el estudio de la geometría mediante un sistema de coordenadas que lleva asociada un álgebra.

Dos problemas fundamentales:

1. Dada una ecuación de variables x, y dibujar su gráfica, es decir, representarla geométricamente como un conjunto de puntos en el plano.
2. Dado un conjunto de puntos en el plano, relacionado por ciertas condiciones geométricas, determinar una ecuación cuya representación gráfica corresponda enteramente a aquellos puntos. Es te problema es conocido con el nombre de Lugar Geométrico.

Identificación de posiciones.

Para identificar algún punto en una recta se le agrega un valor real el cual nos pueda colocar en una posición de longitud ya sea positiva o negativa en referencia a un punto de origen.

Segmento: se constituye por la longitud señalada por dos puntos específicos. Los dos puntos se llaman extremos del segmento.

AB es un segmento cuyos extremos son A y B. La longitud del segmento AB se representa por $\overline{AB}$ (Esto significa, el segmento de "A" a "B").

El sentido de un segmento dirigido se indica siempre escribiendo primero el origen o punto inicial. De acuerdo con esto, si se especifica que el segmento $\overline{AB}$ tiene una longitud positiva, entonces el segmento $\overline{BA}$ tiene una longitud negativa:

$$\overline{AB} = \overline{BA}$$

Relación fundamental:

$$\overline{AB} + \overline{BC} = \overline{AC}$$

EJERCICIO #1

Construir las relaciones de los siguientes segmentos por medio de la relación fundamental:

1. 

$\overline{CA} + \overline{AB} = \overline{CB}$

2. 

$\overline{BF} + \overline{FR} = \overline{BR}$

3. 

$\overline{MN} + \overline{NP} = \overline{MP}$

4. 

$\overline{QU} + \overline{UE} = \overline{QE}$

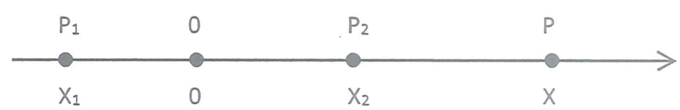
5. 

$\overline{VW} + \overline{WZ} = \overline{VZ}$

Sistema de Coordenadas Lineales.

Geométrico

Analítico



TEOREMA 1: En un sistema coordenado lineal la longitud del segmento dirigido que une a dos puntos dados, se obtiene en magnitud y signo, restando la coordenada del origen de la coordenada del extremo.
El punto "P" en el sistema coordenado lineal es la representación geométrica del número real "x" y la coordenada "x': es la representación analítica del punto "P".

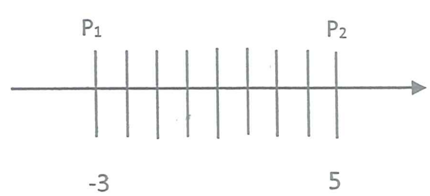
Distancia entre dos puntos (cuando la recta es horizontal o vertical).

La distancia entre dos puntos se define como el valor numérico o valor absoluto de la longitud del segmento rectilíneo que une esos dos puntos.

d= $|\overline{P_2P_1}| = |x_1 - x_2|$ ó d= $|\overline{P_1P_2}| = |x_2 - x_1|$

Ejemplo:

Hallar la distancia entre los puntos P_1 (5) y P_2 (- 3)

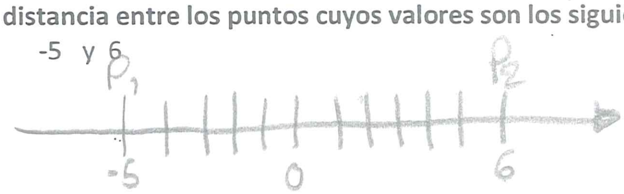


d = $|\overline{P_2P_1}| = |x_1 - x_2| = |5 - (-3)| = |8| = 8$

EJERCICIO #2

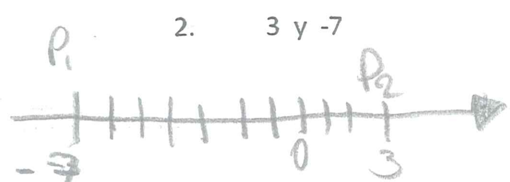
Hallar la distancia entre los puntos cuyos valores son los siguientes:

1. -5 y 6



d=|-5-6|=|-11|=11

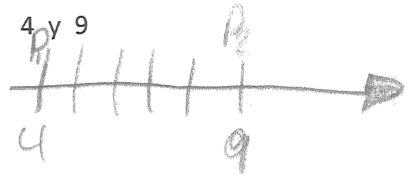
2. 3 y -7



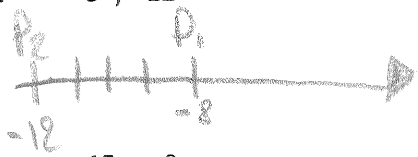
d=|-7-3|=|-10|=10

$d = |4-9| = |-5| = 5$

3. 4 y 9

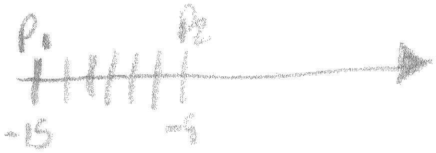


4. -8 y -12



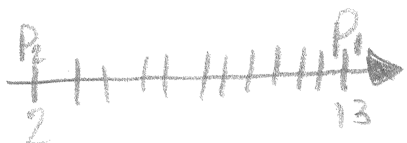
$d = |-12-(-8)| = |-4| = 4$

5. -15 y -9



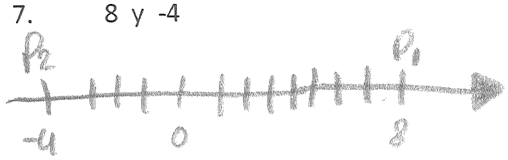
$d = |-15-(-9)| = |-6| = 6$

6. 13 y 2



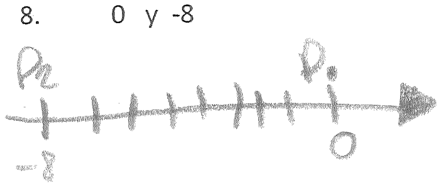
$d = |2-13| = |-11| = 11$

7. 8 y -4



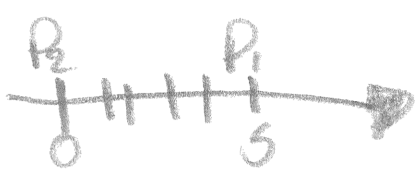
$d = |-4-8| = |-12| = 12$

8. 0 y -8



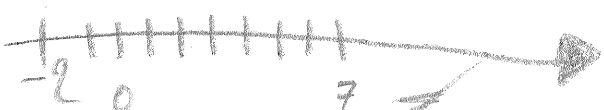
$d = |0-8| = |-8| = 8$

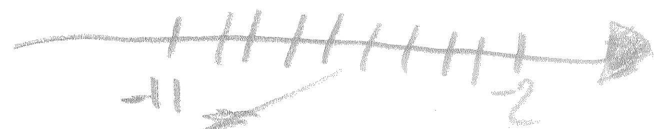
9. 5 y 0



$d = |0-5| = |-5| = 5$

10. La distancia entre dos puntos es 9. Si uno de los puntos es (- 2) , hallar el otro punto. (Dos casos.)

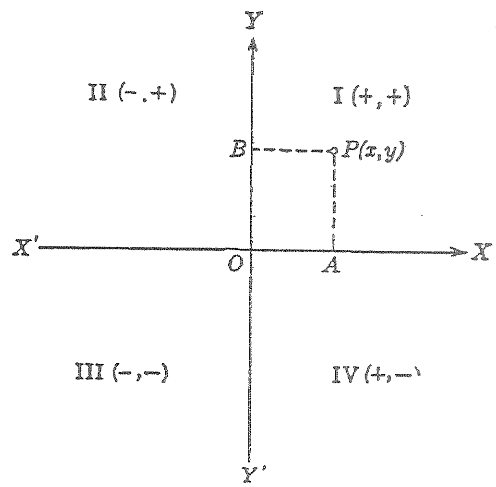




Sistema coordenado en el plano cartesiano.

Este sistema, indicado en la figura, consta de dos rectas, llamadas *ejes de coordenadas* (Eje X y Eje Y), perpendiculares entre sí, y su punto de intersección O, el origen.

Todo punto P del plano puede localizarse por medio del sistema coordenado. Se traza PA perpendicular al eje X y PB perpendicular al eje Y. La longitud del segmento OA se representa por x y se llama *abscisa* de P; la longitud del segmento dirigido OB se representa por y y se llama *ordenada* de P.

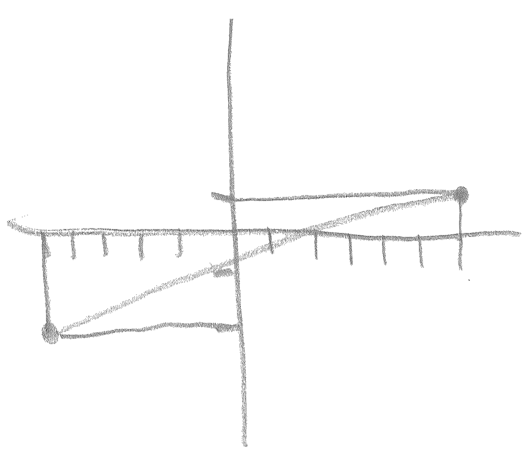


La localización de un punto por medio de sus coordenadas se llama *trazado* del punto.

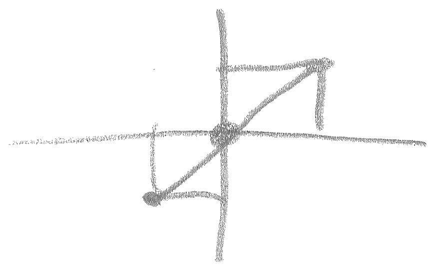
EJERCICIO #3

Graficar los puntos siguientes en el plano cartesiano y unirlos entre sí:

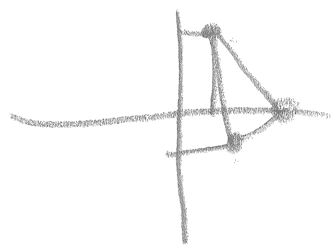
1. A(-5,-2); B(6,1)



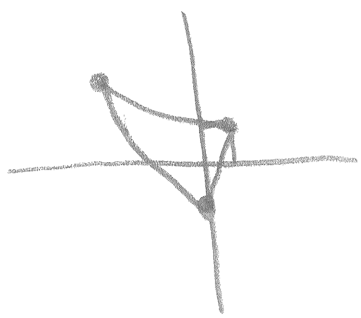
2. A(-3,-3); B(0,0); C(4,4)



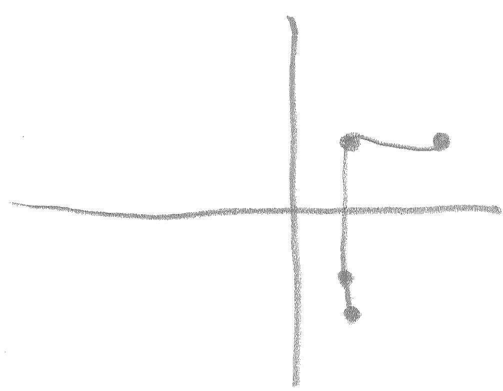
3. A(4,-1); B(2,6); C(7,0)

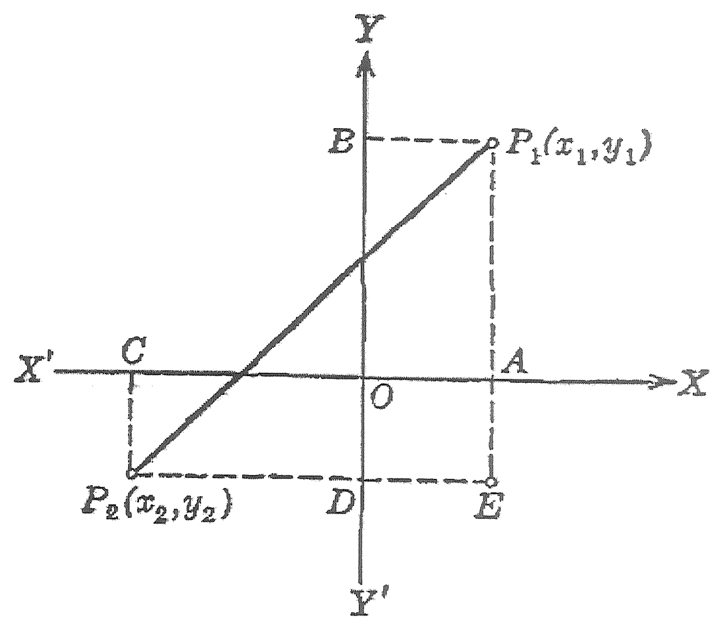


4. A(0,-2); B(1,1); C(-4,4)



5. A(4,2); B(2,2); C(4,-3); D(2,-3)





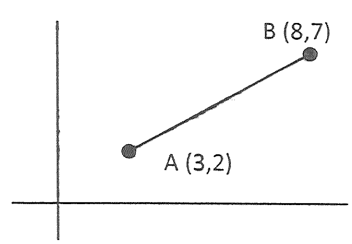
Distancia entre dos puntos (cuando la recta está inclinada).

TEOREMA 2: La distancia *d* entre dos puntos P_1 (X_1, Y_1) y P_2 (X_2, Y_2) está dada por la fórmula:

$$d = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$$

Ejemplo:

Siendo dos puntos en el plano A (3, 2) y B (8, 7), graficar y encontrar la distancia entre esos dos puntos:



$$d = \sqrt{(7-2)^2 + (8-3)^2}$$

$$d = \sqrt{(5)^2 + (5)^2}$$

$$d = \sqrt{25 + 25} = \sqrt{50}$$

$d = \sqrt{50}$

EJERCICIO #4

Graficar los puntos en el plano cartesiano y encontrar el área de la figura trazada.

1. A(-3,-2); B(6,-2); C(6,9)

2. A(-3,-3); B(3,3); C($-3\sqrt{3}, -3\sqrt{3}$)

3. $A(2,-2)$; $B(6,-2)$; $C(6,5)$; $D(2,5)$

4. $A(-2,-2)$; $B(3,3)$; $C(-1,6)$

5. A(-3,-2); B(6,-2); C(6,9)

6. A(1,0); B(3,-2); C(0,4)

EJERCICIO #5

Graficar y resolver los siguientes problemas.

1. Demostrar que los puntos A (-4, 6) y B (-1, 4) y C (9, -3) están sobre una misma recta. (Son colineales).

2. Demostrar que los puntos A (8,-5), B (6,-2), C (4, 1) están sobre una misma recta. (Son colineales).

3. Hallar el perímetro del triángulo cuyos vértices son (7, 6), (-3, 9), (0, 4).

4. Hallar el perímetro del triángulo cuyos vértices son (-5, -5), (-8, 2), (-11,-5).

5. Hallar el perímetro del triángulo cuyos vértices son (4, -7), (10,-2), (-2,-1).

6. Hallar el perímetro del cuadrilátero cuyos vértices son (- 3, -1), (0, 3), (3, 4), (4, - 1).

7. Hallar la longitud de los lados de un triángulo según las coordenadas A (3,7), B (-5,-6) y C (-6,4).

8. Tres vértices de un rectángulo son los puntos (2, - 1), (7, - 1) y (7, 3). Hallar el cuarto vértice y el área del rectángulo.

9. Los vértices de un triángulo rectángulo son los puntos (1, -2), (4, -2), (4, 2). Determinar las longitudes de los catetos y después calcular el área del triángulo y la longitud de la hipotenusa.

10. Los vértices de un cuadrilátero son los puntos (1,3), (7,3), (9, 8) y (3,8). Demostrar que el cuadrilátero es un paralelogramo y calcular su área.

11. Demostrar que los puntos A (11,-3), B (8, 4), C (5,-3) son los vértices de un triángulo isósceles.

12. Demostrar que los puntos D (-3, 2), E (-3, 12), F (-9, 7) son los vértices de un triángulo isósceles.

13. Demostrar que los puntos (-5, 0), (0, 2) y (0, -2) son los vértices de un triángulo isósceles, y calcular su área.

14. Demostrar que los puntos A (12, 2), B (10, 10), C (7, 5) son los vértices de un triángulo rectángulo.

15. Demostrar que los puntos D (-3, 7), E (-3, 12), F (-9, 7) son los vértices de un triángulo rectángulo.

16. Demostrar que los puntos (0, 0), (3, 4), (8, 4) y (5, 0). son los vértices de un rombo.

17. Uno de los extremos de un segmento rectilíneo de longitud 8, es el punto (5,8). Si la abscisa del otro extremo es -4, hallar su ordenada. (Dos soluciones).

18. Uno de los extremos de un segmento rectilíneo de longitud 5 es el punto (3, -2). Si la abscisa del otro extremo es 6 hallar su ordenada. (Dos soluciones).

19. Encontrar la abscisa del P_1 si P_2 (5,7) y la ordenada del P_1 es igual a 2, teniendo una distancia de $\sqrt{89}$ entre ellos.

20. Determinar un punto P que sea equidistante (se encuentre a la misma distancia) de los puntos A (-3, 4), B (3, -5) y C (-6, -6).

21. Determinar un punto P que sea equidistante (se encuentre a la misma distancia) de los puntos G (9,-4), H (-4,-2), I (3,-7).

22. Dos de los vértices de un triángulo equilátero son los puntos A (-4, -4) y B (-4, -6). Calcular las coordenadas del tercer vértice. (Dos soluciones).

23. Encontrar las coordenadas del centro de una circunferencia de radio 5 que pasa por (10,2) y (3,3).

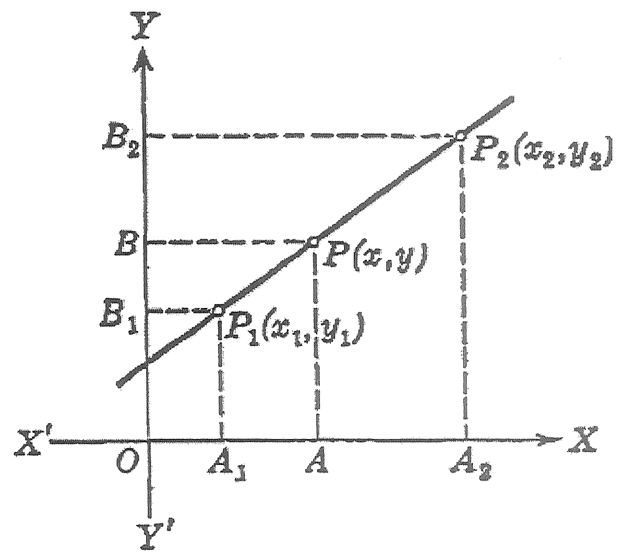
24. Encontrar el valor de Y_2 si entre los puntos $P_1(3, -2)$ y $P_2(6, Y_2)$ la distancia es 5.

25. En el triángulo de vértices A (7, 5), B (x, 3) y C (6, -7), se cumple que la distancia entre AB = $\sqrt{29}$ y la distancia entre BC = $2\sqrt{29}$, hallar el valor de x.

Punto que divide un segmento en una razón dada.

TEOREMA 3: Si P_1 (X_1, Y_1) y P_2 (X_2, Y_2) son los extremos de un segmento $\overline{P_1P_2}$, las coordenadas (x, y) de un punto P que divide a este segmento en la razón dada $r = \overline{P_1P} / \overline{PP_2}$ son:

$$x = \frac{x_1 + rx_2}{1+r} \qquad y = \frac{y_1 + ry_2}{1+r} \qquad r \neq -1$$



$$r = \frac{x - x_1}{x_2 - x} \qquad r = \frac{y - y_1}{y_2 - y} \qquad r \neq -1$$

TEOREMA 4: Las coordenadas del punto medio de un segmento tiene una razón $r = 1$ y cuyos puntos extremos son (X_1, Y_1) y (X_2, Y_2) son:

$$x = \frac{x_1 + x_2}{2} \qquad y = \frac{y_1 + y_2}{2}$$

TEOREMA 5: Cuando la razón "r" es negativa, el punto P es externo al segmento $\overline{P_1P}$.

EJERCICIO #6

Graficar y resolver los siguientes problemas.

1. Los extremos de un segmento son los puntos P_1 (7,4) y P_2 (-1,-4). Hallar la razón en que el punto P (1,-2) divide al segmento.

2. Hallar las coordenadas de un punto P(X, Y) que dividida al segmento de la recta determinado por los puntos A(2, 2) y B (-3, 4) en la relación $r = \frac{AP}{PB} = \frac{1}{3}$

3. Si P_1 (-4, 2) y P_2 (4, 6) son los puntos extremos del segmento $\overline{P_1P}$. Hallar las coordenadas del punto P(X, Y), que divide este segmento en la relación r = -3.

4. Hallar las coordenadas de un punto P (X, Y) que divida al segmento determinado por los puntos A (3, -7) y B (1, 4) en la relación $r = \frac{-5}{4}$

5. Los puntos extremos de un segmento son P_1 (2, 4) y P_2 (8, -4). Hallar el punto P (X, Y) que divide a este segmento en dos partes tales que r= -2.

6. Si se sabe que el punto A(7, -1) divide al segmento que determinan los puntos B(4, 9) y C(X_2, Y_2) en la razón $r = \frac{2}{5}$. Determina las coordenadas del punto C.

7. Uno de los puntos extremos de un segmento es el punto (7, 8), y su punto medio es (4,3). Hallar el otro extremo.

8. Los vértices de un triángulo son A (3, 8), B (2, -1) y C (6, -1). Si el punto D es el punto medio del lado BC, calcular la longitud de la mediana AD.

9. Determinar las coordenadas de los vértices de un triángulo cuyas coordenadas de los puntos medios de sus lados son: PM_1 (-5,4); PM_2 (2,2); PM_3 (3,3).

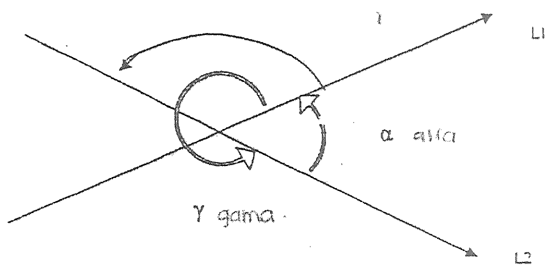
10. Los puntos medios de los lados de un triángulo son (2, 5), (4, 2) y (1, 1). Hallar las coordenadas de los tres vértices.

11. Del triángulo de vértices A (4, 2), B (0, 6) y C (−2, −2); encontrar las 3 medianas y calcular sus longitudes.

12. Hallar las coordenadas de un punto M (X,Y) que divida al segmento AB en la razón $r = \frac{-8}{3}$, si A (-2, 1) y B (3, -4).

UNIDAD II Pendiente de una Recta

Dos rectas al cortarse forman dos pares de ángulos opuestos por el vértice. Siempre que se hable de ángulos de dos rectas solo se considerarán ángulos < 180°.

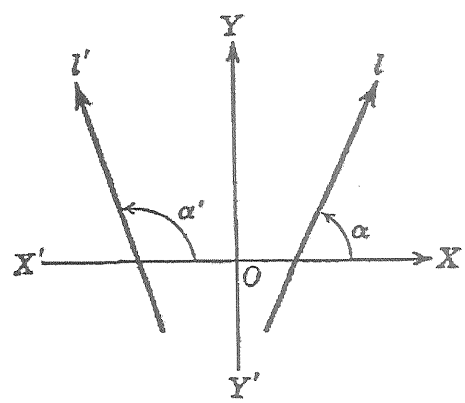


Ángulo de inclinación
$0° \leq \alpha \leq 180°$
Intervalo de variación

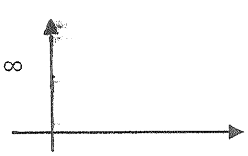
Ángulos Suplementarios: $\alpha+\beta = 180°$.
Ángulo Cóncavo: $\gamma = 360° - \alpha$

Pendiente de una Recta (Coeficiente Angular).

Es la tangente de su ángulo de inclinación y se denomina por la letra "m".
Por lo tanto $m = Tan\ \alpha$

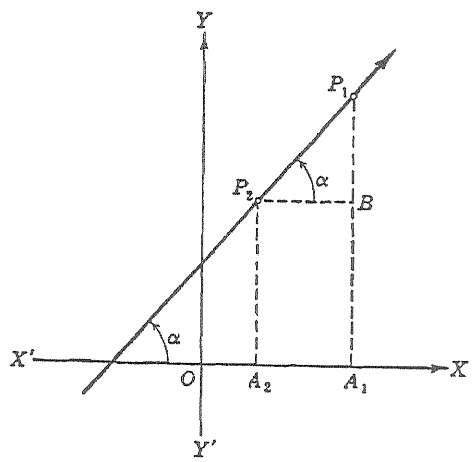


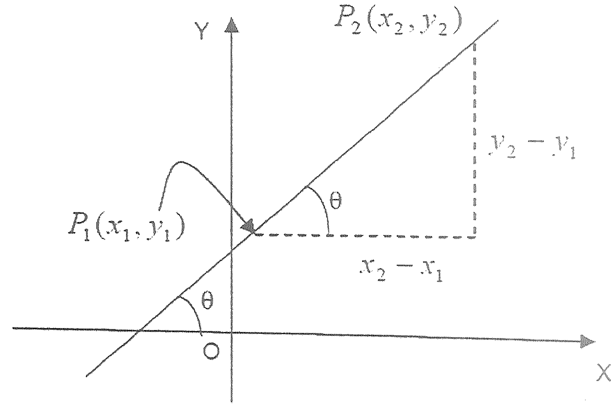
Si el ángulo α es agudo, entonces la pendiente es positiva; si α es obtuso, su pendiente es negativa. Además, toda recta perpendicular al eje de las "X" *no tiene pendiente*, es decir, no existe.



TEOREMA 6: Si P_1 (X_1, Y_1) y P_2 (X_2, Y_2) son dos puntos diferentes cualesquiera de una recta, la pendiente de la recta es:

$$m = \frac{y_1 - y_2}{x_1 - x_2} \qquad x_1 \neq x_2$$





Considerando la recta en el plano cartesiano:

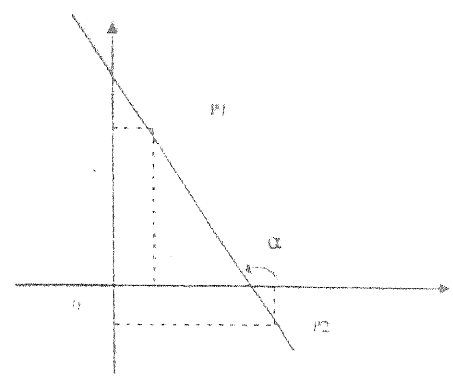
$m = Tan\ \alpha = \frac{\overline{BP_1}}{\overline{P_2B}}$ $\qquad \overline{BP_1} = y_2 - y_1$ $\qquad \overline{P_2B} = x_2 - x_1$

Ejemplo: Hallar la pendiente y el ángulo de inclinación de la recta que pasa por los puntos (1,6) y (5,-2):

$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{-2-6}{5-1}$

$m = \frac{-8}{4} = -2$

$Tan\ \alpha = -2$
$\alpha = Tan^{-1}(-2)$
$\alpha = 116.56°$



EJERCICIO #7

Graficar y resolver los siguientes problemas.

1. Hallar la pendiente y el ángulo de inclinación de la recta que pasa por los puntos (3,-2) y (7,-3).

2. Los vértices de un triángulo son los puntos (2, -2); (-1, 4) y (4, 5). Calcular la pendiente de cada uno de sus lados.

3. Una recta de pendiente 3 pasa por el punto (3, 2). La abscisa de otro punto de la recta es 4. Hallar su ordenada.

4. Hallar la pendiente y el ángulo de inclinación de la recta que pasa por los puntos (2, 7) y (6,-1).

5. Un cuadrado de lado igual a $2a$, tiene su centro en el origen y sus lados son paralelos a los ejes coordenados. Hallar las coordenadas de sus cuatro vértices.

6. Hallar la pendiente y el ángulo de inclinación de la recta que pasa por los puntos $(5,4)$ y $(10,8)$.

7. Hallar la pendiente y el ángulo de inclinación de la recta que pasa por los puntos (5,-7) y (12,-7).

8. Demostrar que los siguientes puntos son colineales (tienen la misma pendiente): A (-1,-1), B (4, 4), C (7, 7).

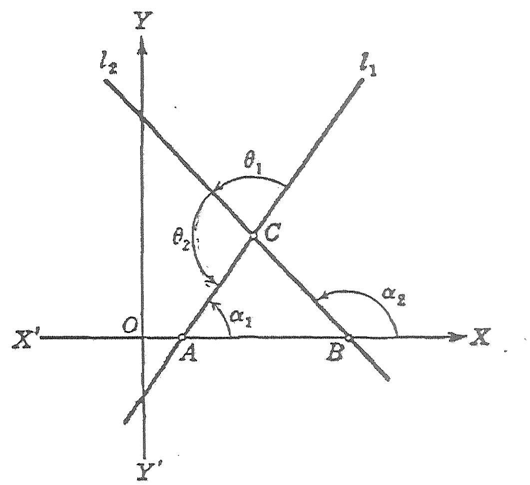
9. Demostrar que los siguientes puntos son colineales (tienen la misma pendiente): D (4,-4), E (10,-8), F (13,-10).

10. Demostrar que los siguientes puntos son colineales (tienen la misma pendiente): G (-10,-8), H (-8,-8), I (-4,-8).

11. Demostrar que la recta que pasa por los puntos $(-1, -5)$ y $(6, -2)$ es paralela a la recta que pasa por $(-2, -4)$ y $(5, -1)$.

12. Una recta de pendiente -2 pasa por el punto (6,-3). La abscisa de otro punto de la recta es -3. Hallar su correspondiente ordenada.

Ángulo de dos rectas.



Si se consideran las dos rectas ℓ_1 y ℓ_2. Sea C su punto de intersección y A y B los puntos en que cortan al eje X. Sean θ_1 y θ_2 los dos ángulos suplementarios que forman. Cada uno de estos ángulos, θ_1 y θ_2, se miden, tal como indican las flechas curvadas, en sentido contrario al de las manecillas de un reloj, o sea, en sentido positivo. La recta a partir de la cual se mide el ángulo se llama recta inicial; la recta hacia la cual se dirige el ángulo se llama recta final. Las pendientes de las rectas inicial y final se llaman pendiente inicial m1 y pendiente final m2, respectivamente.

Por Geometría, un ángulo exterior de un triángulo es igual a la suma de los dos ángulos interiores opuestos. Por tanto en el triángulo ABC de la figura, el ángulo ACB es igual a θ_1 por ser ángulos opuestos por el vértice. Así que se llega a las siguientes conclusiones:

$$\alpha_2 = \alpha_1 + \theta_1 \qquad \theta_1 = \alpha_1 - \alpha_2$$

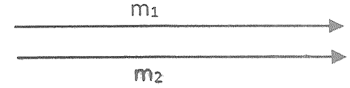
TEOREMA 7: Un ángulo especificado θ formado por dos rectas donde m_1 es la pendiente inicial y m_2 es la pendiente final está dado por la fórmula:

$$Tan\ \theta = \frac{m_2 - m_1}{1 + m_1 m_2} \qquad m_1 m_2 \neq -1$$

Rectas Paralelas.

La condición necesaria y suficiente para que dos rectas sean paralelas es que sus pendientes sean iguales.

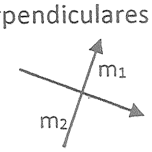
$$m_1 = m_2$$



Rectas Perpendiculares.

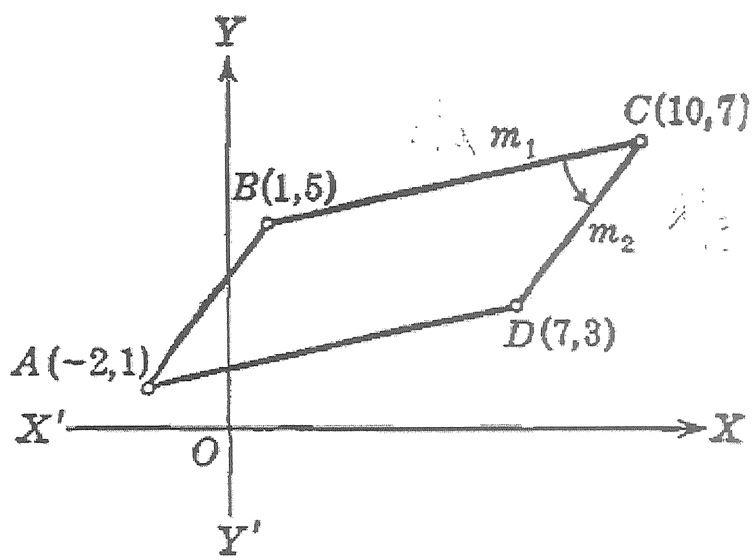
La condición necesaria y suficiente para que dos rectas sean perpendiculares entre sí es que el producto de sus pendientes sea igual a -1.

$$m_1 m_2 = -1 \qquad \text{ó} \qquad m_1 = -\frac{1}{m_2}$$



Ejemplo: Hallar el ángulo agudo "c" del paralelogramo cuyos vértices son A (-2, 1), B (1,5), C (10,7) y D (7, 3).

a) Graficar las coordenadas de los puntos A, B, C, D.
b) Indicar la dirección del ángulo buscado, "c".
c) Obtener las pendientes de las rectas que afectan al ángulo.
d) Aplicar la fórmula para obtener el ángulo entre dos rectas.



$$m_1 = \frac{7-5}{10-1} = \frac{2}{9} \qquad m_2 = \frac{7-3}{10-7} = \frac{4}{3}$$

$$Tan\ c = \frac{m_2 - m_1}{1 + m_1 m_2} = \frac{4/3 - 2/9}{1 + 4/3(2/9)} = \frac{6}{7} = 0.857$$

$$c = Tan^{-1}(0.857) = 40.59°$$

EJERCICIO #8

Graficar y resolver los siguientes problemas.

1. Dos rectas se cortan formando un ángulo de 135°. Sabiendo que la recta final tiene una pendiente de - 3, calcular la pendiente de la recta inicial.

2. Dos rectas se cortan formando un ángulo de 45°. La recta inicial pasa por los puntos (-2,1) y (9,7) y la recta final pasa por el punto (3,9) y por el punto A cuya abscisa es -2. Hallar la ordenada de A.

3. Hallar los ángulos interiores de los siguientes triángulos dadas las coordenadas de sus vértices: A (6,-6), B (-4, 4), C (-2,-3).

4. Hallar los ángulos interiores de los siguientes triángulos dadas las coordenadas de sus vértices: D (4, 5), E (-4, 8), F (-5, -1).

5. Hallar los ángulos interiores de los siguientes triángulos dadas las coordenadas de sus vértices: G (4, 5), H (-4, 2), I (-3, -7).

6. El ángulo formado por la recta que pasa por los puntos A (4, 3) y B (-3,-3) con la que pasa por D (4, Y) es de 135°, calcular el valor de Y.

7. Demostrar que los puntos A (5,-4), B (3,-6) y C (7,-10) son los vértices de un triángulo rectángulo.

8. Demostrar que los tres puntos (2, 5), (8, -1) y (-2, 1) son los vértices de un triángulo rectángulo, y hallar sus 2 ángulos agudos.

13. L1 pasa por (-3, -2) y (4, 1); L2 pasa por (2, -9) y (x, 8); hallar el valor de x si las rectas se cortan en un ángulo β donde Tan β = 2; se considera que L2 es recta final.

14. Calcular el ángulo formado por las rectas cuyas pendientes son $m_1 = \frac{2}{3}$ y $m_2 = -\frac{3}{2}$.

REPASO PRIMER PARCIAL

I. Encontrar la distancia entre los puntos cuyos valores son los siguientes:

(1) $-6\ y\ 2$ **(2)** $2\ y\ 6$ **(3)** $-1\ y\ -5$ **(4)** $-7\ y\ 0$ **(5)** $0\ y\ 4$

(6) $-24\ y\ -8$ **(7)** $-16\ y\ -1$ **(8)** $-9\ y\ -12$ **(9)** $-1\ y\ 2$ **(10)** $-2\ y\ 2$

II. Graficar los siguientes puntos en el plano cartesiano y encontrar el área de la figura trazada en caso de aplicar:

(11) $A(-4,-1);\ B(-4,4);\ C(3,-1)$ **(12)** $A(0,1);\ B(3,1);\ C(3,6);\ D(0,6)$

(13) $B(0,2);\ B(2,0);\ C(-2,-4)$

III. Graficar y resolver los siguientes problemas:

(14) Demostrar que los puntos $A(-6,4), B(-3,2)\ y\ C(7,-5)$ están sobre una misma recta, es decir, son colineales.

(15) Hallar el perímetro del triángulo cuyos vértices son: $(-1,-2), (-5,-4), (-3,-3)$

(16) Hallar el perímetro del cuadrilátero cuyos vértices son: $(-2,0), (1,4), (4,5), (5,0)$

(17) Hallas la longitud de los lados de un triángulo según las coordenadas $A(-1,3), B(-9,-10)\ y\ C(-10,0)$

(18) Tres vértices de un rectángulo son los puntos $A(-3,1);\ B(0,1);\ C(0,6);\ D(-3,6)$. Hallar el cuarto vértice y el área del rectángulo.

(19) Los vértices de un triángulo rectángulo son los puntos $(2,-4), (8,-4)\ y\ (8,4)$. Determinar las longitudes de los catetos y después calcular el área del triángulo y la longitud de la hipotenusa.

(20) Demostrar que los puntos $D(-4,6), E(-4,11), F(-10,6)$ son los vértices de un triángulo rectángulo.

(21) Uno de los extremos de un segmento rectilíneo de longitud 7 es el punto $(4,-1)$. Si la abscisa del otro extremo es 8 hallar su ordenada. (Dos soluciones).

(22) Determinar un punto P que sea equidistante (se encuentra a la misma distancia) de los puntos $A(0,7), B(6,-2)\ y\ C(-3,-3)$.

(23) Dos de los vértices de un triángulo equilátero son los puntos $A(0,0)\ y\ B(0,-2)$. Calcular las coordenadas del tercer vértice.

(24) Encontrar las coordenadas del centro de una circunferencia de radio 5 que pasa por $(8,2)\ y\ (1,3)$.

IV. Graficar y resolver los siguientes problemas referentes a una razón en un segmento:

(25) Los extremos de un segmento son los puntos $P_1(5,5)$ y $P_2(-3,-3)$. Hallar la razón en que el punto $P(1,1)$.

(26) Hallar las coordenadas de un punto $P(x,y)$ que divida al segmento de la recta determinado por los puntos $A(0,0)$ y $B(-2,-5)$ en la relación $r = \frac{AP}{PB} = \frac{1}{4}$.

(27) Si se sabe que el punto $A(5,-3)$ divide al segmento que determinan los puntos $B(2,7)$ y $C(x_2, y_2)$ en la razón $r = \frac{3}{5}$. Determinar las coordenadas del punto C.

(28) Determinar las coordenadas de los vértices de un triángulo cuyas coordenadas de los puntos medios de sus lados son: $PM_1(5,-4); PM_2(2,2); PM_3(-3,3)$.

V. Graficar y resolver los siguientes problemas relacionados a la recta y la pendiente.

(29) Hallar la pendiente y el ángulo de inclinación de la recta que pasa por los puntos $(-4,-9)$ y $(3,-7)$.

(30) Los vértices de un triángulo son los puntos $(-1,-5); (-4,1)\ y\ (1,2)$. Calcular la pendiente de cada uno de sus lados.

(31) Una recta de pendiente 4 pasa por el punto $(2,1)$. La abscisa de otro punto de la recta es 3. Encuentre su ordenada.

(32) Demostrar que los siguientes puntos son colineales (tienen la misma pendiente): $A(-1,-3), B(2,3)\ y\ C(6,11)$.

(33) Demostrar que la recta que pasa por los puntos $(-2,-6)$ y $(5,-3)$ es paralela a la recta que pasa por $(-3,-5)$ y $(4,-2)$.

VI. Grafique y resuelva los siguientes problemas en relación a dos rectas en el plano.

(34) Dos rectas se cortan formando un ángulo de 225°. Sabiendo que la recta final tiene una pendiente de -2, calcular la pendiente de la recta inicial.

(35) Dos rectas se cortan formando un ángulo de 135°. La recta inicial pasa por los puntos (-5,-2) y (6,4) y la recta final pasa por el punto (0,6) y por el punto A cuya abscisa es -5. Hallar la ordenada de A.

(36) Encontrar los ángulos interiores de los siguientes triángulos dadas las coordenadas de sus vértices: A(8,-4), B(-2,6) y C(0,-1).

(37) Demostrar que los tres puntos (-1,2), (5,-4) y (-5,-2) son los vértices de un triángulo rectángulo, y hallar sus ángulos agudos.

(38) L_1 para por (-1,0) y (6,7);L_2 pasa por (4,-5) y (x,10); hallar el valor de x si las rectas se cortan en un ángulo β donde $\tan\beta = 1.5$; se considera que L_2 es recta final.

(39) Calcular el ángulo formado por las rectas cuyas pendientes son $m_1 = \frac{2}{5}$ y $m_2 = -\frac{5}{2}$

CONCLUSIÓN PRIMER PACIAL

Limpieza		
Tinta		
Orden		
Puntualidad		
Ejercicios y Asig.		
Conclusión		

SEGUNDO PARCIAL

UNIDAD III La Recta

Lugares Geométricos

Línea Recta

Se le llama línea recta al lugar geométrico de los puntos tales que si se toman dos puntos diferentes cualesquiera P_1 (X_1, Y_1) y P_2 (X_2, Y_2), el valor de la pendiente m resulta siempre constante.

Forma General de la Ecuación de la Recta

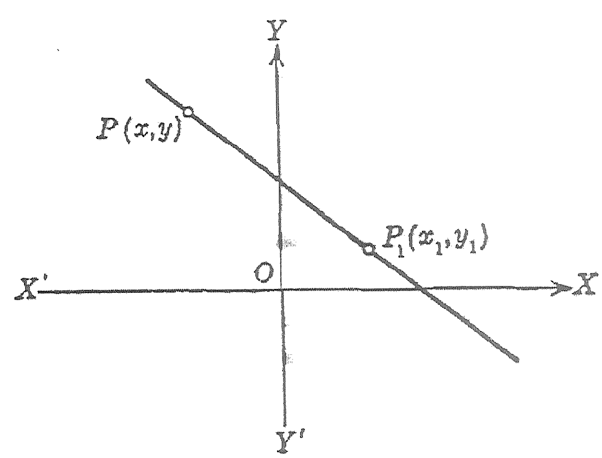
$$Ax + By + C = 0$$

Donde A, B y C son constantes.

Ejemplos: 3x - 2y +8 = 0; x + 2y – 5 = 0; 2x - 3y = 0; 9y + 7 = 0

Ecuación de la recta que pasa por un punto y tiene una pendiente dada.

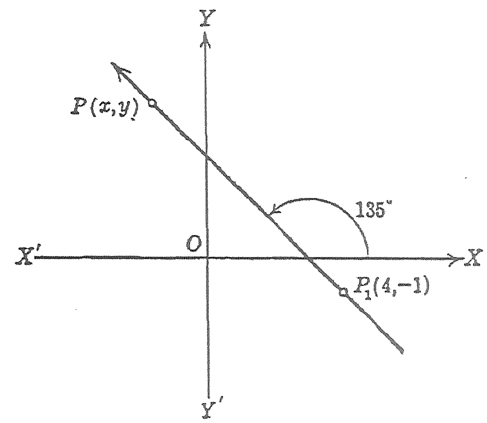
(Ecuación Punto-Pendiente)



Teorema 8: La recta que pasa por el punto P_1 (X_1, Y_1) y tiene la pendiente m , tiene por ecuación:

$$y - y_1 = m\,(x - x_1)$$

Ejemplo: Hallar la ecuación de la recta que pasa por el P1 (4, -1) y tiene un ángulo de inclinación 135°.



La pendiente m de la recta es:

$m = Tan\,(135°) = -1$

Por lo tanto, la ecuación de la recta punto-pendiente es:

$y - (-1) = -1\,(x - 4)$

$y + 1 = -x + 4$

Despejando e igualando a cero:

$x + y + 1 - 4 = 0$

La ecuación de la recta es:

$x + y - 3 = 0$

EJERCICIO #9

Graficar y resolver los siguientes problemas.

1. Hallar la ecuación de la recta que pasa por el punto A (1,5) y tiene pendiente 2.

2. Hallar la ecuación de la recta que pasa por el punto B (-6,-3) y tiene un ángulo de inclinación de 45°.

3. Hallar la ecuación de la recta cuya pendiente es -3 y su intercepción con el eje "y" es -2.

4. Hallar la ecuación de la recta que pasa por el punto D (4,-3) y tiene un ángulo de inclinación de 63°.

5. Hallar la ecuación de la recta cuya pendiente es -5 y su intercepción con el eje "x" es 4.

6. Hallar la ecuación de la recta que pasa por A (4,1) y tenga de pendiente $m = {}^{1}/_{3}$.

7. Hallar la ecuación de la recta que pasa por los puntos A (7, 6) y B (4, -6).

8. Hallar la ecuación de la recta que pasa por el punto (6, -2) y tenga una inclinación de 60°.

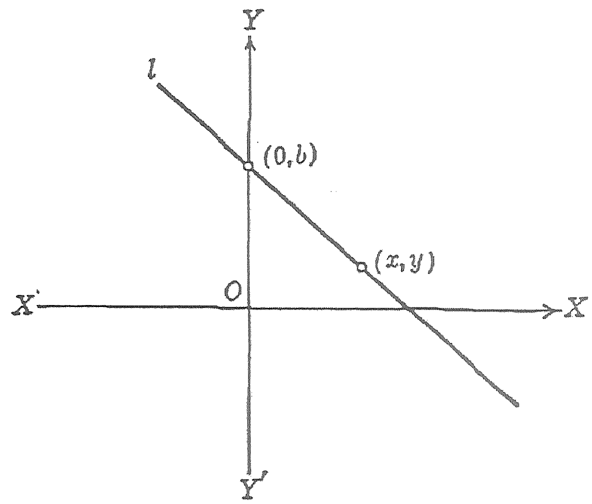
9. Hallar la ecuación de la recta que pasa por los puntos M (3,5) y N (9,7).

10. Hallar la ecuación de la recta que pasa por los puntos R (2,-2) y S (-4,2).

11. Los vértices de un cuadrilátero son A (0, 0), B (2, 4), C (6, 7), D (8, 0). Hallar las ecuaciones de las rectas que forman sus lados.

Ecuación de la recta dada su pendiente y su ordenada al origen.

Se le llama ordenada al origen por tomar un punto donde intercepta con el eje "y".



Se utiliza primero la Ecuación Punto-Pendiente de la recta y se sustituye.

$y - y_1 = m\,(x - x_1)$

$y - b = m\,(x - 0)$

$y - b = mx$

Despejando, se obtiene la Ecuación de la *Recta Pendiente-Ordenada:*

$$y = mx + b$$

EJERCICIO #10

Graficar y resolver los siguientes problemas.

1. Hallar la ecuación de la recta que pasa por el punto W (-6,-3) y tiene un ángulo de inclinación de 45°, siendo su ordenada en el origen y=2.

2. Hallar la ecuación de la recta cuya pendiente es -3 y su intercepción con el eje "y" es -2.

3. Hallar la ecuación de la recta que pasa por el punto V (0,5) y su pendiente es 2.

4. Hallar la ecuación de la recta que pasa por el punto K (-7,-2) y tiene una pendiente de 4.

5. Hallar la ecuación de la recta cuya pendiente está definida por el ángulo de 30° y pasa por en punto L (2,1).

6. Hallar la ecuación de la recta que tiene pendiente m = 3 e intercepto b = 10.

Intercepciones de los ejes con forma general de la Recta $(Ax + By + C = 0)$

Para obtener los valores de las intercepciones con cada eje es necesario tener una ecuación de forma general $(Ax + By + C = 0)$.

Las fórmulas para encontrar dichas intercepciones son las siguientes:

$$m = \frac{-A}{B} \qquad a = \frac{-C}{A} \qquad b = \frac{-C}{B}$$

Donde:
m = Pendiente
a = Intercepción con el eje "x"
b = Intercepción con el eje "y"

EJERCICIO #11

Graficar y resolver los siguientes problemas.

1. Encontrar la pendiente y las intercepciones con los ejes de la recta: 2x – 3y – 5 =0.

2. Encontrar las intercepciones con los ejes de la recta: 3x – 4y – 6 = 0.

3. Encontrar la pendiente y las intercepciones con los ejes de la recta: $2x + 3y - 6 = 0$.

4. Encontrar la pendiente y las intercepciones con los ejes de la recta: $3x + y - 3 = 0$.

5. Encontrar la pendiente y las intercepciones con los ejes de la recta: $3x - y - 1 = 0$.

6. Encontrar la pendiente y las intercepciones con los ejes de la recta: $7x - 3y = 0$.

7. Encontrar la pendiente y las intercepciones con los ejes de la recta: $3y + 4 = 0$.

8. Encontrar la ecuación de la recta que pasa por el punto J (-2,-3) y es perpendicular a la recta $2x-3y+1=0$.

9. Encontrar la ecuación de la recta que pasa por el punto A (-3,1) y es paralela a la recta determinada por los puntos Z (0,-2) y F (5,2).

10. Encontrar el valor de "k" para que la recta $kx + (k-1)y + 7 = 0$ sea paralela a la recta $4x + 3y - 18 = 0$.

Ecuación Simétrica de la Recta.

La recta cuyas intercepciones con el eje X y Y son $a \neq 0$ y $b \neq 0$, respectivamente, tiene por ecuación:

$$\frac{x}{a} + \frac{y}{b} = 1$$

EJERCICIO #12

Obtener la forma simétrica (sin graficar) de las siguientes ecuaciones generales de la recta:

1. $2x + 3y - 4 = 0$

2. $x - 2y + 1 = 0$

3. $3x - 2y - 9 = 0$

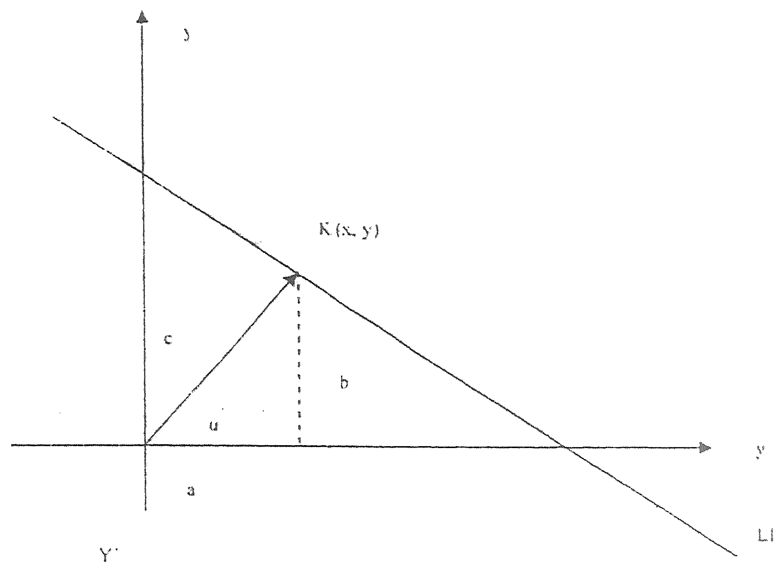
4. $4x + 6y - 8 = 0$

5. $2x - 4y - 6 = 0$

6. $2x + 3y + 9 = 0$

Ecuación Normal de la Recta.

Para determinar la ecuación de la forma normal para una recta, ésta supone trazar una línea perpendicular a la recta para conocer el parámetro p (distancia del origen de las coordenadas a la recta), así como el ángulo de inclinación α que forma esta recta perpendicular.



$$x\,Cos\,\alpha + y\,Sen\,\alpha - p = 0$$

Transformación de la Forma General a la Forma Normal de la Ecuación de la Recta.

Con los valores de A, B y C de la Forma General $Ax + By + C = 0$, se realizan las siguientes identidades:

$$Cos\,\alpha = \frac{A}{\pm\sqrt{A^2+B^2}} \qquad Sen\,\alpha = \frac{B}{\pm\sqrt{A^2+B^2}} \qquad p = \frac{-C}{\pm\sqrt{A^2+B^2}}$$

Ejemplo: Transformar de la forma general a la normal la siguiente ecuación: $3x + 4y - 15 = 0$.

a) Calcular el valor del radical $\pm\sqrt{A^2+B^2}$

$\sqrt{3^2+4^2} = \pm\sqrt{25} = \pm 5$

b) Determinar el signo del radical (r).

i. Si $C \neq 0$, r es del signo contrario a C.

ii. Si C =0 y B ≠0, r y B tienen el mismo signo.

iii. Si C = B = 0, r y A tienen el mismo signo.

Se toma el signo contrario del Término Independiente "C" de la forma general de la recta. Como C = – 15, por lo tanto se toma el signo positivo del radical, quedando igual a 5.

c) Se divide cada término de la ecuación general entre el radical.

$\frac{3x}{5}+\frac{4y}{5}-\frac{15}{5}=0$ $\qquad\qquad$ $0.6x+0.8y-3=0$

Donde $\quad Cos\,\alpha=0.6 \quad Sen\,\alpha=0.8 \quad y \quad p=3$

d) Por lo tanto la ecuación normal de la recta es

$$0.6x+0.8y-3=0$$

EJERCICIO #13

Graficar y resolver los siguientes problemas.

1. Calcular la distancia al origen a la recta 6x + 8y + 25 = 0.

2. Transformar de la forma general a la normal la siguiente ecuación: – 3x + 4y – 14 = 0.

3. Transformar de la forma general a la normal la siguiente ecuación: $2x - 7y + 5 = 0$.

4. Transformar de la forma general a la normal la siguiente ecuación: $12x - 5y - 52 = 0$.

5. Transformar de la forma general a la normal la siguiente ecuación: $8x - 6y = 0$.

6. Encontrar la ecuación de la recta cuya distancia al origen es $p=5$, sabiendo que el ángulo de inclinación de la normal es $\alpha = 60°$.

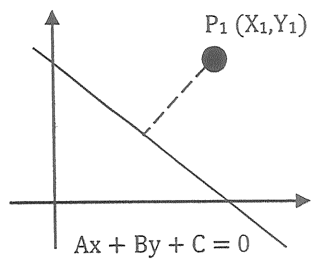
7. Encontrar la ecuación de la recta cuya distancia al origen es p=7, sabiendo que el ángulo de inclinación de la normal es $\alpha = 30°$.

8. Encontrar la ecuación de la recta cuya distancia al origen es p=4, sabiendo que el ángulo de inclinación de la normal es $\alpha = 250°$.

Distancia de un punto a una Recta.

La distancia d de una recta $Ax + By + C = 0$ a un punto dado P_1 (X_1, Y_1) puede obtenerse con la siguiente fórmula:

$$d = \frac{|Ax_1 + By_1 + C|}{\pm\sqrt{A^2 + B^2}}$$



EJERCICIO #14

Graficar y resolver los siguientes problemas.

1. Calcular la distancia del punto J (2,1) a la recta $2x - y + 5 = 0$.

2. Calcular la distancia del punto C (1, 5) a la recta que pasa por los puntos A (-2 -3) y B (7, 8).

3. Encontrar el área del triángulo cuyos puntos son D (-5,-4), E (4,3) y F (-1,7).

4. Encontrar el área del triángulo cuyos puntos son A (-4,-5), B (-1,7) y C (4,1).

5. Encontrar el área del triángulo cuyos puntos son J (5,4), K (-2,3) y L (2,-5).

6. Hallar el valor de la distancia de la recta $x + 8y = 12$ a los puntos P (4, -6) y Q (-4 , 8).

7. Calcular la distancia entre las rectas $3x + y - 12 = 0$ y $3x + y + 30 = 0$

REPASO SEGUNDO PARCIAL

I. Graficar y resolver los siguientes problemas de rectas.

(1) Hallar la ecuación de la recta que pasa por el punto $A(-1,-5)$ y tiene pendiente -2.

(2) Encontrar la ecuación de la recta que pasa por el punto $B(-2,-1)$ y tiene un ángulo de inclinación de 135°.

(3) Hallar la ecuación de la recta cuya pendiente es 3 y su intercepción con el eje x es -2.

(4) Hallar la ecuación de la recta que pasa por los puntos $A(4,3)$ y $B(1,-9)$.

(5) Los vértices de un cuadrilátero son $A(0,0)$, $B(1,2)$, $C(3,4)$ y $D(4,0)$. Hallar las ecuaciones de las rectas que forman sus lados.

II. Graficar y resolver los siguientes problemas de recta dada su pendiente y su ordenada al origen.

(6) Encontrar la ecuación de la recta que pasa por el punto $W(-2,-1)$ y tiene un ángulo de inclinación de 135°, siendo su ordenada en el origen $y = 1$.

(7) Hallar la ecuación de la recta cuya pendiente es -4 y su intercepción con el eje "y" es -4.

(8) Hallar la ecuación de la recta que pasa por el punto $V(-3,2)$ y su pendiente es 2.

(9) Hallar la ecuación de la recta cuya pendiente está definida por el ángulo de 60° y pasa por el punto $L(4,2)$.

(10) Hallar la ecuación de la recta que tiene pendiente $m = 1$ e intercepto $b = 5$.

III. Grafica y obtén las ecuaciones generales de la recta.

(11) Encontrar la pendiente y las intercepciones con los ejes de la recta
$3x - 2y - 5 = 0$.

(12) Encontrar la pendiente y las intercepciones con los ejes de la recta $5y + 6 = 0$

(13) Encontrar la ecuación de la recta que pasa por el punto $J(-4,-6)$ y es perpendicular a la recta $3x - 2y + 1 = 0$.

(14) Encontrar la ecuación de la recta que pasa por el punto $A(-2,1)$ y es paralela a la recta determinada por los puntos $Z(-1,-2)$ y $F(4,2)$.

(15) Encontrar el valor de k para que la recta $kx + (k-1)y + 3 = 0$ sea paralela a la recta $3x + 2y - 16 = 0$.

IV. Encontrar la forma simétrica de las siguientes rectas.

(16) $x + 2y - 3 = 0$

(17) $2x - 4y + 2 = 0$

(18) $9x - 6y - 27 = 0$

(19) $16x + 24y - 32 = 0$

(20) $12x + 18y - 24 = 0$

V. Graficar y resolver los siguientes problemas utilizando la información proporcionada por la forma normal de la recta.

(21) Calcular la distancia del origen a la recta $3x + 4y + 13 = 0$

(22) Transformar de la forma general a la normal la siguiente ecuación: $-6x + 8y - 28 = 0$

(23) Encontrar la ecuación de la recta cuya distancia al origen es $p = 3$, sabiendo que el ángulo de inclinación de la normal es $\alpha = 50°$.

(24) Transformar de la forma general a la normal la siguiente ecuación: $4x - 3y = 0$

(25) Encontrar la ecuación de la recta cuya distancia al origen es de $p = 5$, sabiendo que el ángulo de inclinación de la normal es $\alpha = 290°$.

VI. Grafica y resuelve los siguientes problemas de distancia entre un punto y la recta.

(26) Calcular la distancia del punto $J(1, -2)$ a la recta $4x - 2y + 5 = 0$.

(27) Encontrar el área del triángulo cuyos puntos son $D(-3, -2), E(2,1), F(-1,5)$

(28) Hallar el valor de la distancia de la recta $4x + y = 12$ a los puntos $P(2, -3)$ y $Q(-2,4)$.

(29) Calcular la distancia entre las rectas $5x + 2y - 8 = 0$ y $3x + 4y + 15 = 0$.

(30) Encontrar el área del triángulo cuyos puntos son $J(3,6)$, $K(-2,4)$ y $L(0,1)$.

CONCLUSIÓN SEGUNDO PARCIAL

Limpieza		
Tinta		
Orden		
Puntualidad		
Ejercicios y Asig.		
Conclusión		

TERCER PARCIAL

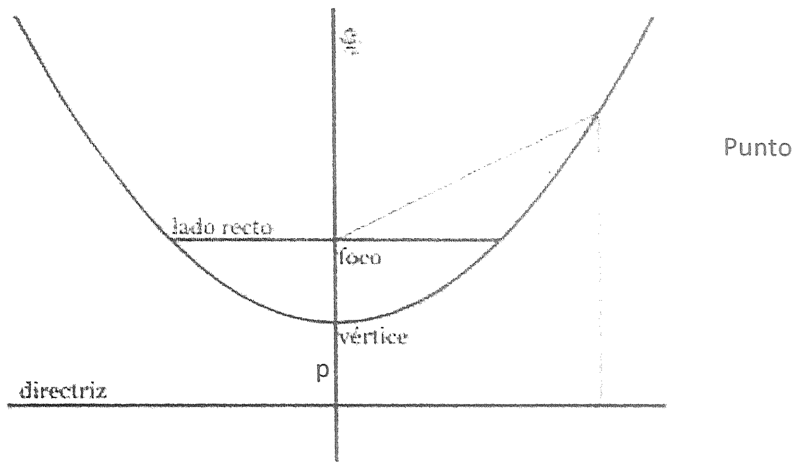
UNIDAD IV La Parábola

Definición.

Lugar geométrico de los puntos que equidistan de un punto llamado *foco* **F** y de una recta fija llamada *directriz* **d**. Cualquier punto **P** de la parábola cumple:

Distancia entre P y F = Distancia entre P y d

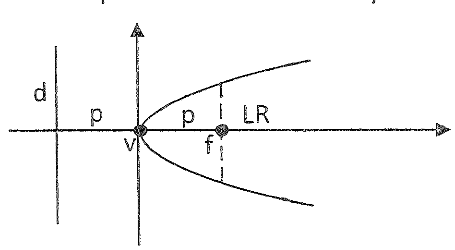
A esta razón se le conoce como Excentricidad (e) y en el caso de la parábola $e = 1$.



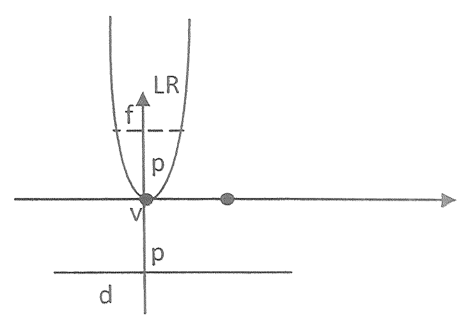
Donde:

d = Directriz
v = Vértice
f = Foco
P = Distancia del vértice al foco
LR = Lado Recto

Puede haber parábolas horizontales y verticales:



Parábola Horizontal



Parábola Vertical

Ecuación de la Parábola Horizontal con Vértice en el Origen

$$y^2 = 4px$$

Vértice (0,0)
Foco $(p, 0)$
Directriz x = $-p$
En las parábolas Horizontales el signo de "p" indica hacia donde se abre la parábola, es decir:
Si p>0, la parábola abre hacia la derecha.
Si p<0, la parábola abre hacia la izquierda.
Lado Recto = $|4p|$

Ecuación de la Parábola Vertical con Vértice en el Origen

$$x^2 = 4py$$

Vértice (0,0)
Foco $(0, p)$
Directriz y = $-p$
En las parábolas Verticales el signo de "p" indica hacia donde se abre la parábola, es decir:
Si p>0, la parábola abre hacia arriba.
Si p<0, la parábola abre hacia abajo.
Lado Recto = $|4p|$

EJERCICIO #15

Graficar y resolver los siguientes problemas.

1. Encontrar la ecuación de la parábola si su vértice está en el origen y si foco está en (3,0). Hallar además la ecuación de la directriz y la longitud de su lado recto.

2. Encontrar la ecuación de la parábola que tiene su vértice en el origen y su foco es (0,2). También encuentra la ecuación de su directriz y la longitud de su lado recto.

3. Encontrar la ecuación de la parábola con vértice en el origen y cuya directriz es la recta $x = -1$. También encuentra su foco y la longitud de su lado recto.

4. Encuentra todos los elementos de la parábola cuya ecuación es $y^2=12x$.

5. Encuentra todos los elementos de la parábola cuya ecuación es $x^2 + 8y = 0$.

6. Encuentra todos los elementos de la parábola cuya ecuación es $y^2 = 3x$.

7. Una parábola cuyo vértice está en el origen y cuyo eje coincide con el eje Y, además, pasa por el punto (4, -2). Hallar la ecuación de la parábola, las coordenadas de su foco, la ecuación de su directriz y la longitud de su lado recto.

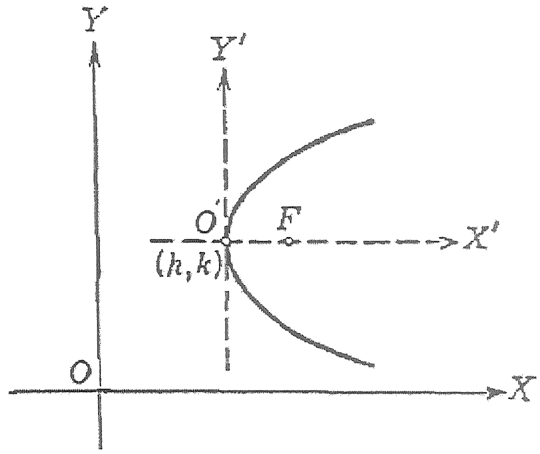
8. Encontrar la ecuación de la parábola que tiene su vértice en el origen y su foco es (0,-3). También encuentra la ecuación de su directriz y la longitud de su lado recto.

9. Encontrar la ecuación de la parábola con vértice en el origen y cuya directriz es la recta $y - 5 = 0$. También encuentra su foco y la longitud de su lado recto.

10. Encuentra todos los elementos de la parábola cuya ecuación es $x^2 + 2y = 0$.

11. Una parábola cuyo vértice está en el origen y cuyo eje coincide con el eje X, además, pasa por el punto (-2, 4). Hallar la ecuación de la parábola, las coordenadas de su foco, la ecuación de su directriz y la longitud de su lado recto.

Forma de la Ecuación General de la Parábola con Vértice fuera del origen



Donde:

(h, k) = Coordenadas del vértice
X′ = Eje de simetría = $x - h$

$$Horizontal\ (y-k)^2 = 4p(x-h)$$
$$Vertical\ (x-h)^2 = 4p(y-k)$$

Ecuación	Foco	Directriz	Eje de Simetría
$Vertical\ (x-h)^2 = 4p(y-k)$	$(h, k+p)$	$y = k-p$	$x = h$
$Vertical\ (x-h)^2 = -4p(y-k)$	$(h, k-p)$	$y = k+p$	$x = h$
$Horizontal\ (y-k)^2 = 4p(x-h)$	$(h+p, k)$	$x = h-p$	$y = k$
$Horizontal\ (y-k)^2 = -4p(x-h)$	$(h-p, k)$	$x = h+p$	$y = k$

EJERCICIO #16

Graficar y resolver los siguientes problemas.

1. Encontrar la ecuación de la parábola y su lado recto si su vértice es (2,3), su foco (5,3) y la ecuación de su directriz es x = -1.

2. Encontrar la ecuación de la parábola con vértice es (3,1) y foco (3,-1) así como la ecuación de su directriz y su lado recto.

3. Encontrar la ecuación de la parábola, las coordenadas de su foco y su lado recto si su vértice es (5,4) y cuya directriz es la recta $x = 7$.

4. Encontrar la ecuación de la parábola, las coordenadas de su vértice y su lado recto si su foco es (-2,-1) y cuya directriz es la recta $y = 5$.

5. De la parábola $(x-3)^2 = 8(y+4)$ encontrar las coordenadas de su vértice y su foco, la distancia del vértice al foco, la ecuación de su directriz y la longitud de su lado recto.

6. $(y+3)^2 = 4(x-1)$

7. $(y-2)^2 = -6(x+1)$

8. $(x + 1)^2 = -12(y + 4)$

9. $x^2 = 2(y - 3)$

10. $(x + 2)^2 = 4y$

11. $y^2 = -2x$

12. $x^2 + 4x - 2y + 8 = 0$

13. $2x^2 - 6y + 8 = 0$

14. $4x + 2y^2 - 8y = 0$

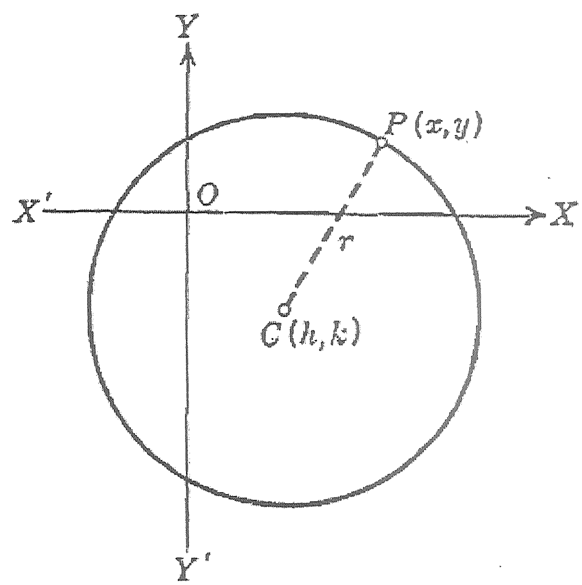
15. $x^2 = 3y$

16. $y^2 = -4x$

UNIDAD IV La Circunferencia

Definición.

Es el lugar geométrico de un punto que se mueve en el plano de tal manera que su distancia a un punto fijo es siempre constante. El punto fijo es el *centro* de la circunferencia y la distancia constante se llama *radio*.



Donde:
C = Centro de la circunferencia
(h,k) = Coordenadas del centro de la circunferencia
r = Radio

Ecuación de la Circunferencia en su forma Ordinaria

$$(x-h)^2+(y-k)^2=r^2$$

Ecuación de la Circunferencia en su forma General

$$x^2+\ y^2+\ Dx\ +\ Ey\ +\ F=0$$

$$D=\ -2h \quad E=\ -2k \quad F=\ h^2+k^2+r$$

Ecuación de la Circunferencia con centro en el Origen

$$x^2 + y^2 = r^2$$

EJERCICIO #17

Graficar y resolver los siguientes problemas.

1. Encontrar la ecuación de circunferencia con centro en el origen y radio igual a 4.

2. Encontrar la ecuación de circunferencia con centro en el origen y pase por el punto A (3,4).

3. Encontrar la ecuación de circunferencia con centro en el punto C (5,1) y radio igual a 3.

4. Encontrar la ecuación de circunferencia con centro en el punto (2,3) y radio igual a 5.

5. Encontrar la ecuación de circunferencia con centro en el punto (-3,-5) y radio igual a 7.

6. Encontrar la ecuación de circunferencia en la que los extremos de uno de sus diámetros son los puntos (2,3) y (-4,5).

7. Encontrar la ecuación de circunferencia con centro en el punto (7,-6) y pasa por (2,2).

8. Encontrar la ecuación de circunferencia que pasa por los puntos (0,0), (3,6) y (7,0).

9. Encontrar la ecuación de circunferencia que pasa por los puntos (2,-2), (-1,4) y (4,6).

10. Encontrar la ecuación de circunferencia que pasa por los puntos (4,-1), (0,-7) y (-2,-3).

11. Encontrar la ecuación en su forma ordinaria, el centro y el radio de la circunferencia cuya forma general es: $x^2 + y^2 + 6x - 12y - 3 = 0$

12. Encontrar la ecuación en su forma ordinaria, el centro y el radio de la circunferencia cuya forma general es: $2x^2 + 2y^2 + 8x - 12y - 10 = 0$

13. Encontrar la ecuación en su forma ordinaria, el centro y el radio de la circunferencia cuya forma general es: $x^2 + y^2 - 8x + 6y - 16 = 0$

14. Encontrar la ecuación en su forma ordinaria, el centro y el radio de la circunferencia cuya forma general es: $x^2 + y^2 - 8x - 16y + 44 = 0$

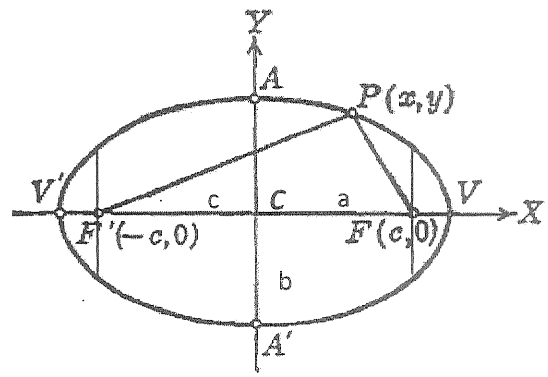
15. Encontrar la ecuación en su forma ordinaria, el centro y el radio de la circunferencia cuya forma general es: $2x^2 + 2y^2 - 10x + 6y - 15 = 0$

16. Encontrar la ecuación en su forma ordinaria, el centro y el radio de la circunferencia cuya forma general es: $36x^2 + 36y^2 + 48x - 108y + 97 = 0$

UNIDAD V La Elipse

Definición.

Es un lugar geométrico que describe un punto que se mueve en un plano tal que la suma de sus distancias a dos puntos fijos llamados *focos* es siempre igual a una constante, mayor que la distancia entre los dos puntos.



Donde:
V,V´= Vértices
F,F´= Focos
C = Centro de la elipse
LR = Longitud del Lado Recto = $\frac{2b^2}{a}$
Eje Mayor $(\overline{VV'})$= 2a
Eje Menor $(\overline{AA'})$= 2b
$\overline{F'C} = \overline{CF}$ = c
$\overline{FF'}$= 2c

Características de la Elipse:

- Ejes perpendiculares entre sí
- A los puntos extremos del eje mayor se le llama vértice
- La posición del eje mayor define la elipse.
- Excentricidad $e = \frac{c}{a} < 1$

Ecuación de la Elipse Horizontal con Vértice en el Origen

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$$

Ecuación de la Elipse Vertical con Vértice en el Origen

$$\frac{x^2}{b^2} + \frac{y^2}{a^2} = 1$$

EJERCICIO #18

Graficar y resolver los siguientes problemas.

1. Encontrar la ecuación y longitud del lado recto de una elipse con centro en el origen si tiene los vértices V (0,5), V´ (0,-5) y focos F (0,4) y F´ (0,-4).

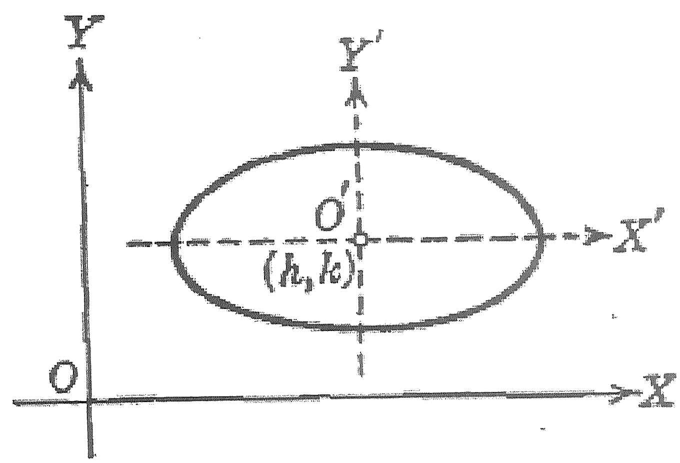
2. Encontrar la ecuación, coordenadas de sus focos y longitud del lado recto de una elipse con centro en el origen si tiene los vértices V (4,0), V´ (-4,0) y una excentricidad de $^{3}/_{4}$.

3. Encontrar la ecuación y coordenadas de sus vértices de una elipse con centro en el origen si tiene los focos F (0,3), F´ (0,-3) y una longitud del lado recto de 9.

Ecuación de la Elipse con Centro fuera del origen y ejes paralelos a los coordenados en su forma Ordinaria.

$$Elipse\ Horizontal: \frac{(x-h)^2}{a^2}+\frac{(y-k)^2}{b^2}=1$$

$$Elipse\ Vertical: \frac{(x-h)^2}{b^2}+\frac{(y-k)^2}{a^2}=1$$



Ecuación General de la Elipse con Centro fuera del origen y ejes paralelos a los coordenados en su forma General.

$$Ax^2 + Cy^2 + Dx + Ey + F = 0$$

Donde:

$A = b^2 \quad C = a^2 \quad D = -2b^2h \quad E = -2a^2k \quad F = b^2h^2 + a^2k^2 - a^2b^2$

Además, $A \neq C$, pero tienen el mismo signo.

EJERCICIO #19

Graficar y resolver los siguientes problemas.

1. Encontrar la ecuación, coordenadas del centro y longitud del lado recto de una elipse cuyos vértices son V (6,4) y V´ (-2,4) y cuyos focos son F (5,4) y F´ (-1,4).

2. Encontrar la ecuación, coordenadas del centro y longitud del lado recto de una elipse cuyos vértices son V (1,7) y V´ (1,1) y cuyos focos son F (1,6) y F´ (1,2).

3. Encontrar la ecuación, coordenadas del centro, vértices y longitud del lado recto de una elipse cuyos focos son F (-6,2) y F′ (0,2) y cuya excentricidad es de $^3/_4$.

4. Encontrar la ecuación, coordenadas del centro, focos y longitud del lado recto de una elipse cuyos vértices son V (1,-2) y V′ (9,-2) y cuya excentricidad es de $^1/_2$.

5. Encontrar la ecuación, coordenadas del centro y vértices de una elipse cuyos focos son F (3,8) y F´ (3,2) y la longitud de su eje mayor es 10.

6. Encontrar la ecuación, coordenadas del centro y focos de una elipse cuyos vértices son V (2,6) y V´ (2,-2) y la longitud de su lado recto es 2.

7. Encontrar la ecuación en su forma ordinaria, las coordenadas del centro, vértices, focos, medida del eje mayor y eje menor y la longitud del lado recto de la elipse cuya forma general es: $4x^2 + y^2 - 24x + 6y + 29 = 0$

8. Encontrar la ecuación en su forma ordinaria, las coordenadas del centro, vértices, focos, medida del eje mayor y eje menor y la longitud del lado recto de la elipse cuya forma general es: $4x^2 + 25y^2 - 16x + 400y + 1516 = 0$

9. Encontrar la ecuación en su forma ordinaria, las coordenadas del centro, vértices, focos, medida del eje mayor y eje menor y la longitud del lado recto de la elipse cuya forma general es: $x^2 + 36y^2 - 10x - 11 = 0$

10. Encontrar la ecuación en su forma ordinaria, las coordenadas del centro, vértices, focos, medida del eje mayor y eje menor y la longitud del lado recto de la elipse cuya forma general es: $4x^2 + y^2 - 24x + 8y + 48 = 0$

11. Encontrar la ecuación en su forma ordinaria, las coordenadas del centro, vértices, focos, medida del eje mayor y eje menor y la longitud del lado recto de la elipse cuya forma general es: $4x^2 + 9y^2 - 36 = 0$

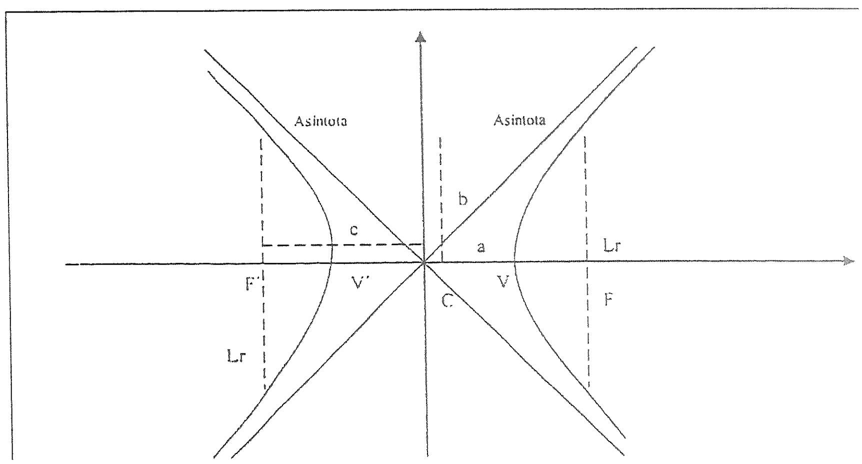
12. Encontrar la ecuación en su forma ordinaria, las coordenadas del centro, vértices, focos, medida del eje mayor y eje menor y la longitud del lado recto de la elipse cuya forma general es: $4x^2 + y^2 - 4 = 0$

UNIDAD VI La Hipérbola

Definición.

Es un lugar geométrico de un punto que se mueve en un plano de manera que el valor absoluto de la diferencia de sus distancias a dos puntos fijos, llamados focos, es una cantidad constante y menor que la distancia entre los focos.

Tiene dos lados rectos, igual que la elipse, que son rectas que unen dos puntos de la hipérbola, pasando por los focos y siendo perpendiculares al eje focal, que es donde están los focos. Es simétrica con respecto a sus ejes y tiene dos asíntotas que se cortan en el centro de la hipérbola.



Donde:
C = Centro de la Hipérbola
V y V′= Vértices
F y F′= Focos

LR = Longitud del lado recto = $\frac{2b^2}{a}$

Eje Transverso = 2a = VV′
Eje Conjugado = 2b
Distancia entre los focos = 2c = FF′
Semieje Transverso = a
Semieje Conjugado = b
Distancia del centro al foco = c, donde a<c

Excentricidad = $e = \frac{c}{a} > 1$

Asíntotas: $y = \frac{b}{a}x$, $y = -\frac{b}{a}x$

Ecuación de la Elipse Horizontal con Vértice en el Origen

$$\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$$

Ecuación de la Elipse Vertical con Vértice en el Origen

$$\frac{y^2}{a^2}-\frac{x^2}{b^2}=1$$

EJERCICIO #20

Graficar y resolver los siguientes problemas.

1. Encontrar la ecuación de una hipérbola con centro en el origen cuyos vértices son V (3,0), V´ (-3,0) y cuyos focos F (5,0) y F´ (-5,0). Además, calcular la longitud de los lados rectos, excentricidad y las ecuaciones de las asíntotas.

2. Encontrar la ecuación de una hipérbola con centro en el origen cuyos vértices son V (0,2), V´ (0,-2) y cuya excentricidad es $^3/_2$. Además, calcular las coordenadas de sus focos, la longitud de los lados rectos y las ecuaciones de las asíntotas.

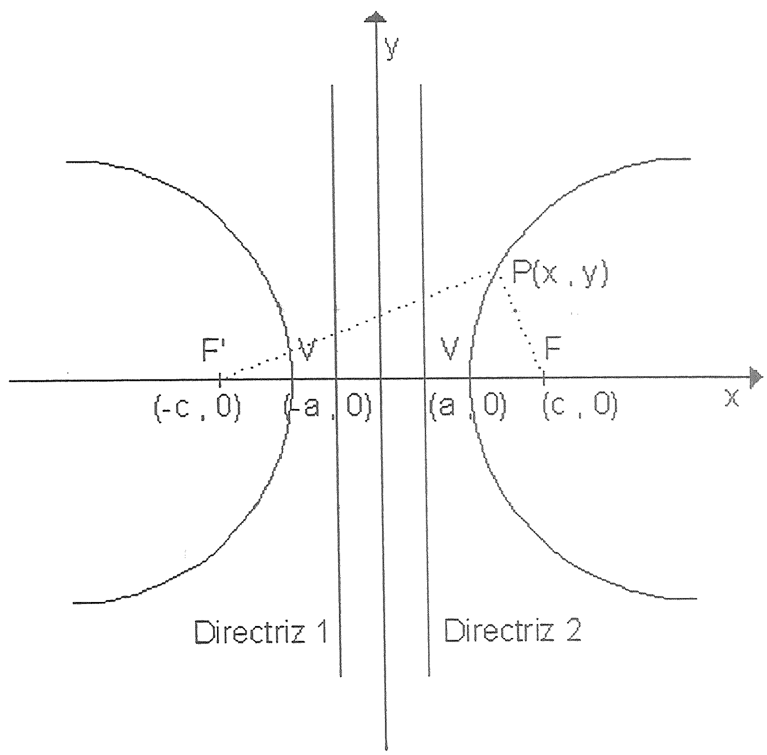
3. Encontrar la ecuación de una hipérbola con centro en el origen cuyos focos son F (5,0) y F´ (-5,0) y cuyos lados rectos miden $^{9}/_{2}$. Además, calcular las coordenadas de sus vértices, excentricidad y las ecuaciones de las asíntotas.

4. Encontrar la ecuación de una hipérbola con centro en el origen de foco F (4, 0), de vértice V (2, 0). Además, calcular las coordenadas de su foco y vértice que faltan, la longitud de los lados rectos y las ecuaciones de las asíntotas.

Ecuación de la Hipérbola con Centro fuera del origen y ejes paralelos a los coordenados en su forma Ordinaria.

$$Hipérbola\ Horizontal: \frac{(x-h)^2}{a^2} - \frac{(y-k)^2}{b^2} = 1$$

$$Hipérbola\ Vertical: \frac{(y-k)^2}{a^2} - \frac{(x-h)^2}{b^2} = 1$$



Ecuación General de la Hipérbola con Centro fuera del origen en su forma General.

$$Ax^2 + By^2 + Dx + Ey + F = 0$$

Donde A y B tiene diferente signo.

EJERCICIO #21

Graficar y resolver los siguientes problemas.

1. Encontrar la ecuación en su forma ordinaria, las coordenadas del centro, vértices, focos, la longitud de sus lados rectos, excentricidad y las rectas de las asíntotas de la hipérbola cuya forma general es: $3y^2 - 4x^2 - 12 = 0$

2. Encontrar la ecuación en su forma ordinaria, las coordenadas del centro, vértices, focos, la longitud de sus lados rectos, excentricidad y las rectas de las asíntotas de la hipérbola cuya forma general es: $4x^2 - 9y^2 - 16x - 54y - 101 = 0$

3. Encontrar la ecuación en su forma ordinaria, las coordenadas del centro, vértices, focos, la longitud de sus lados rectos, excentricidad y las rectas de las asíntotas de la hipérbola cuya forma general es: $4x^2 - 9y^2 + 24x + 36y + 36 = 0$

4. Encontrar la ecuación en su forma ordinaria, las coordenadas del centro, vértices, focos, la longitud de sus lados rectos, excentricidad y las rectas de las asíntotas de la hipérbola cuya forma general es: $16y^2 - 25x^2 + 50x - 64y - 361 = 0$

5. Encontrar la ecuación en su forma ordinaria, las coordenadas del centro, vértices, focos, la longitud de sus lados rectos, excentricidad y las rectas de las asíntotas de la hipérbola cuya forma general es: $16x^2 - 9y^2 - 144 = 0$

6. Encontrar la ecuación en su forma ordinaria, las coordenadas del centro, vértices, focos, la longitud de sus lados rectos, excentricidad y las rectas de las asíntotas de la hipérbola cuya forma general es: $9x^2 - 7x^2 + 54x + 28y + 116 = 0$

7. Encontrar la ecuación en su forma ordinaria, las coordenadas del centro, vértices, focos, la longitud de sus lados rectos, excentricidad y las rectas de las asíntotas de la hipérbola cuya forma general es: $4x^2 - 3y^2 - 8x - 8 = 0$

8. Encontrar la ecuación en su forma ordinaria, las coordenadas del centro, vértices, focos, la longitud de sus lados rectos, excentricidad y las rectas de las asíntotas de la hipérbola cuya forma general es: $y^2 - 2x^2 - 4x - 4y = 0$

REPASO TERCER PARCIAL

I. Grafica y resuelve los siguientes problemas de parábolas.

(1) Encontrar la ecuación de la parábola si su vértice está en el origen y su foco está en $(0,4)$. Hallar la ecuación de la directriz y la longitud de su lado recto.

(2) Encontrar la ecuación de la parábola con vértice en el origen y cuya directriz es la recta $y=-1$. También encuentra su foco y la longitud de su lado recto.

(3) Encuentra todos los elementos de la parábola cuya ecuación es $y^2=4x$.

(4) Una parábola cuyo vértice está en el origen y cuyo eje coincide con el eje "y", además, pasa por el punto $(5,-3)$. Hallar la ecuación de la parábola, las coordenadas de su foco, la ecuación de su directriz y la longitud de su lado recto.

(5) Encontrar la ecuación de la parábola con vértice en el origen y cuya directriz es la recta $x-5=0$. También encuentra su foco y la longitud de su lado recto.

(6) Encontrar la ecuación de la parábola y su lado recto si su vértice es $(3,2)$, su foco $(3,5)$ y la ecuación de su directriz es $y=-1$.

(7) Encontrar la ecuación de la parábola, las coordenadas de su foco y su lado recto si su vértice es $(4,5)$ y cuya directriz es la recta $y=7$.

(8) De la parábola $(x+3)^2=4(y-8)$ encontrar las coordenadas de su vértice y su foco, la distancia del vértice al foco, la ecuación de su directriz y la longitud de su lado recto.

(9) Encontrar la ecuación de la parábola, las coordenadas de su vértice y su lado recto si su foco es $(-1,-2)$ y cuya directriz es la recta $x=-5$.

(10) De la parábola $y^2=-4x$ encontrar las coordenadas de su vértice y su foco, la distancia del vértice al foco, la ecuación de su directriz y la longitud de su lado recto.

II. Grafica y resuelve los siguientes problemas de circunferencias.

(11) Encontrar la ecuación de la circunferencia con centro en el origen y radio igual a 5.

(12) Encontrar la ecuación de la circunferencia con centro en el origen y que pasa por el punto $A(4,3)$.

(13) Encontrar la ecuación de la circunferencia con centro en el punto $(1,5)$ y radio igual a 2.

(14) Encontrar la ecuación de la circunferencia en la que los extremos de uno de sus diámetros son los puntos $(3,2)$ y $(5,-4)$.

(15) Encontrar la ecuación de la circunferencia que pasa por los puntos $(1,1)$, $(4,7)$ y $(8,1)$.

(16) Encontrar la ecuación en su forma ordinaria, el centro y el radio de la circunferencia cuya forma general es: $x^2+y^2+2x-4y-1=0$

III. Grafica y resuelve los siguientes problemas sobre elipses.

(17) Encontrar la ecuación y longitud del lado recto de una elipse con centro en el origen si tiene los vértices $V(5,0)$ y $V'(-5,0)$ y focos $F(3,0)$ y $F'(-3,0)$.

(18) Encontrar la ecuación, coordenadas de sus focos y longitud del lado recto de una elipse con centro en el origen si tiene los vértices $V(0,3)$ y $V'(0,-3)$ y una excentricidad de $\frac{3}{5}$.

(19) Encontrar la ecuación y coordinadas de sus vértices de una elipse con centro en el origen si tiene sus focos $F(0,5)$ y $F'(0,-5)$ y una longitud del lado recto de 7.

(20) Encontrar la ecuación, coordenadas del centro y longitud del lado recto de una elipse cuyos vértices son $V(3,2)$ y $V'(-1,2)$ y cuyos focos son $F(2,2)$ y $F'(0,2)$.

(21) Encontrar la ecuación, coordenadas del centro, vértices y longitud del lado recto de una elipse cuyos focos son $F(-3,1)$ y $F'(0,1)$ y cuya excentricidad es de $\frac{2}{5}$.

(22) Encontrar la ecuación, coordenadas del centro y vértices de una elipse cuyos focos son $F(4,7)$ y $F'(4,1)$ y la longitud de su eje mayor es 10.

(23) Encontrar la ecuación, coordenadas del centro y focos de una elipse cuyos vértices son $V(1,4)$ y $V'(1,-5)$ y la longitud de su lado recto es 3.

(24) Encontrar la ecuación en su forma ordinaria, las coordenadas del centro, vértices, focos, medida del eje mayor y eje menor y la longitud del lado recto de la elipse cuya forma general es: $3x^2 + y^2 - 12x + 3y + 25 = 0$.

(25) Encontrar la ecuación en su forma ordinaria, las coordenadas del centro, vértices, focos, medida del eje mayor y eje menor y la longitud del lado recto de la elipse cuya forma general es: $9x^2 + y^2 - 9 = 0$.

IV. Graficar y resolver los problemas referentes a hipérbolas.

(26) Encontrar la ecuación de una hipérbola con centro en el origen cuyos vértices son $V(-2,0)$ y $V'(2,0)$ y cuyos focos $F(-4,0)$ y $F'(4,0)$. Además, calcular la longitud de los lados rectos, excentricidad y las ecuaciones de las asíntotas.

(27) Encontrar la ecuación de una hipérbola con centro en el origen cuyos vértices son $V(0,1)$ y $V'(0,-1)$ y cuya excentricidad es $\frac{3}{2}$. Además, calcular las coordenadas de sus focos, la longitud de sus lados rectos y las ecuaciones de las asíntotas.

(28) Encontrar la ecuación de la hipérbola con centro en el origen cuyos focos son $F(4,0)$ y $F'(-4,0)$ y cuyos lados rectos miden $\frac{5}{2}$. Además, calcular las coordenadas de sus vértices, excentricidad y las ecuaciones de las asíntotas.

(29) Encontrar la ecuación de una hipérbola con centro en el origen de foco $F(3,0)$, de vértices $V(1,0)$. Además, calcular las coordenadas de su foco y vértice que faltan, la longitud de los lados rectos y las ecuaciones de las asíntotas.

(30) Encontrar la ecuación en su forma ordinaria, las coordenadas del centro, vértices, focos, la longitud de sus lados rectos, excentricidad y las rectas de las asíntotas de la hipérbola cuya forma general es: $5y^2 - 8x^2 - 20 = 0$.

CONCLUSIÓN TERCER PARCIAL

Limpieza		
Tinta		
Orden		
Puntualidad		
Ejercicios y Asig.		
Conclusión		

REPASO GLOBAL

VII. Graficar y resolver los siguientes problemas:

(1) Demostrar que los puntos $A(-3,2), B(-0,0)\ y\ C(6,-4)$ están sobre una misma recta, es decir, son colineales.

(2) Hallar el perímetro del triángulo cuyos vértices son: $(-1,0), (4,3), (2,2)$

(3) Hallar el perímetro del cuadrilátero cuyos vértices son: $(-2,1), (1,3), (4,6), (5,-1)$

(4) Hallas la longitud de los lados de un triángulo según las coordenadas $A(0,3), B(-7,-8)\ y\ C(-8,0)$

(5) Tres vértices de un rectángulo son los puntos $A(-3,1);\ B(2,1);\ C(2,6);\ D(-3,6)$. Hallar el cuarto vértice y el área del rectángulo.

(6) Los vértices de un triángulo rectángulo son los puntos $(2,-4), (6,-4)\ y\ (6,4)$. Determinar las longitudes de los catetos y después calcular el área del triángulo y la longitud de la hipotenusa.

(7) Demostrar que los puntos $D(-4,6), E(-4,11), F(-10,6)$ son los vértices de un triángulo rectángulo.

(8) Uno de los extremos de un segmento rectilíneo de longitud 7 es el punto $(2,-3)$. Si la abscisa del otro extremo es 8 hallar su ordenada. (Dos soluciones).

(9) Determinar un punto P que sea equidistante (se encuentra a la misma distancia) de los puntos $A(0,5), B(3,-2)\ y\ C(-2,-3)$.

(10) Dos de los vértices de un triángulo equilátero son los puntos $A(1,1)\ y\ B(0,-2)$. Calcular las coordenadas del tercer vértice.

(11) Encontrar las coordenadas del centro de una circunferencia de radio 5 que pasa por $(1,2)$, $(1,-2)\ y\ (-1,0)$.

VIII. Graficar y resolver los siguientes problemas referentes a una razón en un segmento:

(12) Los extremos de un segmento son los puntos $P_1(3,3)$ y $P_2(-2,-2)$. Hallar la razón en el que los divide el punto $P(1,1)$.

(13) Hallar las coordenadas de un punto $P(x,y)$ que divida al segmento de la recta determinado por los puntos $A(1,0)$ y $B(-2,-5)$ en la relación $r = \frac{AP}{PB} = \frac{1}{3}$.

(14) Si se sabe que el punto $A(5,-2)$ divide al segmento que determinan los puntos $B(3,7)$ y $C(x_2, y_2)$ en la razón $r = \frac{3}{5}$. Determinar las coordenadas del punto C.

(15) Determinar las coordenadas de los vértices de un triángulo cuyas coordenadas de los puntos medios de sus lados son: $PM_1(1,-2); PM_2(4,-1); PM_3(-3,3)$.

IX. Graficar y resolver los siguientes problemas relacionados a la recta y la pendiente.

(16) Hallar la pendiente y el ángulo de inclinación de la recta que pasa por los puntos $(-2,-5)$ y $(4,-8)$.

(17) Los vértices de un triángulo son los puntos $(-1,-3); (-4,0)\ y\ (1,2)$. Calcular la pendiente de cada uno de sus lados.

(18) Una recta de pendiente 2 pasa por el punto (2,4). La abscisa de otro punto de la recta es -3. Encuentre su ordenada.

(19) Demostrar que los siguientes puntos son colineales (tienen la misma pendiente): $A(-3,-5), B(0,1)\ y\ C(4,9)$.

(20) Demostrar que la recta que pasa por los puntos $(-2,-6)$ y $(5,-3)$ es paralela a la recta que pasa por $(-3,-5)$ y $(4,-2)$.

X. Grafique y resuelva los siguientes problemas en relación a dos rectas en el plano.

(21) Dos rectas se cortan formando un ángulo de $215°$. Sabiendo que la recta final tiene una pendiente de -2, calcular la pendiente de la recta inicial.

(22) Dos rectas se cortan formando un ángulo de $85°$. La recta inicial pasa por los puntos (-5,-2) y (6,4) y la recta final pasa por el punto (0,6) y por el punto A cuya abscisa es -5. Hallar la ordenada de A.

(23) Encontrar los ángulos interiores de los siguientes triángulos dadas las coordenadas de sus vértices: A(8,-4), B(-2,6) y C(0,-1).

(24) Demostrar que los tres puntos (-1,2), (5,-4) y (-5,-2) son los vértices de un triángulo rectángulo, y hallar sus ángulos agudos.

(25) L_1 pasa por (-1,0) y (6,5);L_2 pasa por (2,-5) y (x,8); hallar el valor de x si las rectas se cortan en un ángulo β donde $\tan\beta = 2.5$; se considera que L_2 es recta final.

(26) Calcular el ángulo formado por las rectas cuyas pendientes son $m_1 = \frac{1}{5}$ y $m_2 = -\frac{3}{2}$

XI. Graficar y resolver los siguientes problemas de rectas.

(27) Hallar la ecuación de la recta que pasa por el punto $A(0,-3)$ y tiene pendiente -3.

(28) Encontrar la ecuación de la recta que pasa por el punto $B(-1,-2)$ y tiene un ángulo de inclinación de $225°$.

(29) Hallar la ecuación de la recta cuya pendiente es -2 y su intercepción con el eje x es -4.

(30) Hallar la ecuación de la recta que pasa por los puntos $A(2,3)$ y $B(1,-7)$.

(31) Los vértices de un cuadrilátero son $A(1,0)$, $B(2,3)$, $C(3,4)$ y $D(4,0)$. Hallar las ecuaciones de las rectas que forman sus lados.

XII. Graficar y resolver los siguientes problemas de recta dada su pendiente y su ordenada al origen.

(32) Encontrar la ecuación de la recta que pasa por el punto $W(1,2)$ y tiene un ángulo de inclinación de $45°$, siendo su ordenada en el origen $y = 1$.

(33) Hallar la ecuación de la recta cuya pendiente es -3 y su intercepción con el eje "y" es -2.

(34) Hallar la ecuación de la recta que pasa por el punto $V(-1,4)$ y su pendiente es 4.

(35) Hallar la ecuación de la recta cuya pendiente está definida por el ángulo de $70°$ y pasa por el punto $L(5,3)$.

(36) Hallar la ecuación de la recta que tiene pendiente $m = -1$ e intercepto $b = -5$.

Grafica y obtén las ecuaciones generales de la recta.

(37) Encontrar la pendiente y las intercepciones con los ejes de la recta

$$2x - 3y - 4 = 0.$$

(38) Encontrar la pendiente y las intercepciones con los ejes de la recta $3y + 4 = 0$

(39) Encontrar la ecuación de la recta que pasa por el punto $J(-2,-3)$ y es perpendicular a la recta $2x - 3y + 2 = 0$.

(40) Encontrar la ecuación de la recta que pasa por el punto $A(-1,2)$ y es paralela a la recta determinada por los puntos $Z(-2,-1)$ y $F(2,4)$.

(41) Encontrar el valor de k para que la recta $kx + (k-1)y + 4 = 0$ sea paralela a la recta $2x + 3y - 3 = 0$.

XIII. Encontrar la forma simétrica de las siguientes rectas.

(42) $3x + 2y - | = 0$

(43) $3x - 6y + 3 = 0$

(44) $6x - 9y - 27 = 0$

(45) $14x + 21y - 28 = 0$

(46) $10x + 15y - 20 = 0$

XIV. Graficar y resolver los siguientes problemas utilizando la información proporcionada por la forma normal de la recta.

(47) Calcular la distancia del origen a la recta $2x + 5y + 9 = 0$

(48) Transformar de la forma general a la normal la siguiente ecuación:

$$-3x + 4y - 14 = 0$$

(49) Encontrar la ecuación de la recta cuya distancia al origen es $p = 4$, sabiendo que el ángulo de inclinación de la normal es $\alpha = 60°$.

(50) Transformar de la forma general a la normal la siguiente ecuación: $3x - 4y = 0$

(51) Encontrar la ecuación de la recta cuya distancia al origen es de $p = 3$, sabiendo que el ángulo de inclinación de la normal es $\alpha = 265°$.

XV. Grafica y resuelve los siguientes problemas de distancia entre un punto y la recta.

(52) Calcular la distancia del punto $J(-2,1)$ a la recta $6x - 3y + 4 = 0$.

(53) Encontrar el área del triángulo cuyos puntos son $D(-1,-2), E(2,1), F(-1,3)$

(54) Hallar el valor de la distancia de la recta $3x + 2y = 11$ a los puntos $P(2,-3)$ y $Q(-2,4)$.

(55) Calcular la distancia entre las rectas $3x + 2y - 6 = 0$ y $3x + 6y + 11 = 0$.

(56) Encontrar el área del triángulo cuyos puntos son $J(1,2)$, $K(-2,4)$ y $L(0,1)$.

XVI. Grafica y resuelve los siguientes problemas de parábolas.

(57) Encontrar la ecuación de la parábola si su vértice está en el origen y su foco está en $(4,0)$. Hallar la ecuación de la directriz y la longitud de su lado recto.

(58) Encontrar la ecuación de la parábola con vértice en el origen y cuya directriz es la recta $y = -3$. También encuentra su foco y la longitud de su lado recto.

(59) Encuentra todos los elementos de la parábola cuya ecuación es $y^2 = 12x$.

(60) Una parábola cuyo vértice está en el origen y cuyo eje coincide con el eje "y", además, pasa por el punto $(3,-5)$. Hallar la ecuación de la parábola, las coordenadas de su foco, la ecuación de su directriz y la longitud de su lado recto.

(61) Encontrar la ecuación de la parábola con vértice en el origen y cuya directriz es la recta $y - 5 = 0$. También encuentra su foco y la longitud de su lado recto.

(62) Encontrar la ecuación de la parábola y su lado recto si su vértice es $(4,3)$, su foco $(2,4)$ y la ecuación de su directriz es $y = -3$.

(63) Encontrar la ecuación de la parábola, las coordenadas de su foco y su lado recto si su vértice es $(2,1)$ y cuya directriz es la recta $y = 5$.

(64) De la parábola $(x - 3)^2 = 4(y + 5)$ encontrar las coordenadas de su vértice y su foco, la distancia del vértice al foco, la ecuación de su directriz y la longitud de su lado recto.

(65) Encontrar la ecuación de la parábola, las coordenadas de su vértice y su lado recto si su foco es $(-2,-1)$ y cuya directriz es la recta $x = -3$.

(66) De la parábola $y^2 = -12x$ encontrar las coordenadas de su vértice y su foco, la distancia del vértice al foco, la ecuación de su directriz y la longitud de su lado recto.

(67) De la parábola $2y^2 + 4y - 2x + 8 = 0$ encontrar las coordenadas de su vértice y su foco, la distancia del vértice al foco, la ecuación de su directriz y la longitud de su lado recto.

XVII. Grafica y resuelve los siguientes problemas de circunferencias.

(68) Encontrar la ecuación de la circunferencia con centro en el origen y radio igual a 3.

(69) Encontrar la ecuación de la circunferencia con centro en el origen y que pasa por el punto $A(3,4)$.

(70) Encontrar la ecuación de la circunferencia con centro en el punto $(3,6)$ y radio igual a 3.

(71) Encontrar la ecuación de la circunferencia en la que los extremos de uno de sus diámetros son los puntos $(3,2)$ y $(5,-3)$.

(72) Encontrar la ecuación de la circunferencia que pasa por los puntos $(2,1)$, $(4,7)$ y $(8,1)$.

(73) Encontrar la ecuación en su forma ordinaria, el centro y el radio de la circunferencia cuya forma general es: $x^2 + y^2 + 4x - 2y - 1 = 0$

(74) Encontrar la ecuación en su forma ordinaria, el centro y el radio de la circunferencia cuya forma general es: $2x^2 + 2y^2 + 8x - 12y - 10 = 0$

XVIII. Grafica y resuelve los siguientes problemas sobre elipses.

(75) Encontrar la ecuación y longitud del lado recto de una elipse con centro en el origen si tiene los vértices $V(4,0)$ y $V'(-4,0)$ y focos $F(2,0)$ y $F'(-2,0)$.

(76) Encontrar la ecuación, coordenadas de sus focos y longitud del lado recto de una elipse con centro en el origen si tiene los vértices $V(7,0)$ y $V'(-7,0)$ y una excentricidad de $\frac{2}{7}$.

(77) Encontrar la ecuación y coordinadas de sus vértices de una elipse con centro en el origen si tiene sus focos $V(0,6)$ y $V'(0,-6)$ y una longitud del lado recto de 7.

(78) Encontrar la ecuación, coordenadas del centro y longitud del lado recto de una elipse cuyos vértices son $V(4,2)$ y $V'(-2,2)$ y cuyos focos son $F(3,2)$ y $F'(-1,2)$.

(79) Encontrar la ecuación, coordenadas del centro, vértices y longitud del lado recto de una elipse cuyos focos son $F(-3,1)$ y $F'(3,1)$ y cuya excentricidad es de $\frac{3}{5}$.

(80) Encontrar la ecuación, coordenadas del centro y vértices de una elipse cuyos focos son $F(1,7)$ y $F'(1,1)$ y la longitud de su eje mayor es 10.

(81) Encontrar la ecuación, coordenadas del centro y focos de una elipse cuyos vértices son $V(1,6)$ y $V'(1,-5)$ y la longitud de su lado recto es 2.

(82) Encontrar la ecuación en su forma ordinaria, las coordenadas del centro, vértices, focos, medida del eje mayor y eje menor y la longitud del lado recto de la elipse cuya forma general es: $2x^2 + y^2 - 12x + 8y + 26 = 0$.

(83) Encontrar la ecuación en su forma ordinaria, las coordenadas del centro, vértices, focos, medida del eje mayor y eje menor y la longitud del lado ~~recto de la~~ elipse cuya forma general es: $5x^2 + y^2 - 10 = 0$.

XIX. Graficar y resolver los problemas referentes a hipérbolas.

(84) Encontrar la ecuación de una hipérbola con centro en el origen cuyos vértices son $V(-1,0)$ y $V'(1,0)$ y cuyos focos $F(-4,0)$ y $F'(4,0)$. Además, calcular la longitud de los lados rectos, excentricidad y las ecuaciones de las asíntotas.

(85) Encontrar la ecuación de una hipérbola con centro en el origen cuyos vértices son $V(0,3)$ y $V'(0,-3)$ y cuya excentricidad es $\frac{5}{3}$. Además, calcular las coordenadas de sus focos, la longitud de sus lados rectos y las ecuaciones de las asíntotas.

(86) Encontrar la ecuación de la hipérbola con centro en el origen cuyos vértices son $V(2,0)$ y $V'(-2,0)$ y cuyos lados rectos miden $\frac{5}{2}$. Además, calcular las coordenadas de sus vértices, excentricidad y las ecuaciones de las asíntotas.

(87) Encontrar la ecuación de una hipérbola con ~~centro en el origen de~~ foco $F(2,0)$, de vértices $V(0,0)$. Además, calcular las coordenadas de su foco y vértice que faltan, la longitud de los lados rectos y las ecuaciones de las asíntotas.

(88) Encontrar la ecuación en su forma ordinaria, las coordenadas del centro, vértices, focos, la longitud de sus lados rectos, excentricidad y las rectas de las asíntotas de la hipérbola cuya forma general es: $5y^2 - 10x^2 - 20 = 0$.

(89) Encontrar la ecuación en su forma ordinaria, las coordenadas del centro, vértices, focos, la longitud de sus lados rectos, excentricidad y las rectas de las asíntotas de la hipérbola cuya forma general es: $3x^2 - 5y^2 - 12x + 30y + 12 = 0$

(90) Encontrar la ecuación en su forma ordinaria, las coordenadas del centro, vértices, focos, la longitud de sus lados rectos, excentricidad y las rectas de las asíntotas de la hipérbola cuya forma general es: $15y^2 - 10x^2 + 40x + 90y + 105 = 0$